

太原市2020年高三年级模拟试题(二)

数 学 试 卷(理科)

(考试时间:下午3:00—5:00)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,第 I 卷1至4页,第 II 卷5至8页。
2. 回答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷(选择题 共60分)

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 2 > 0\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则

A. $A \cap B = \{2\}$	B. $A \cup B = \mathbf{R}$
C. $B \cap (\complement_{\mathbf{R}} A) = \{-1, 2\}$	D. $B \cup (\complement_{\mathbf{R}} A) = \{x -1 < x < 2\}$
2. 已知 a 是实数, $\frac{a+i}{1-i}$ 是纯虚数, 则 $a =$

A. 1	B. -1
C. $\sqrt{2}$	D. $-\sqrt{2}$
3. 已知 $a = \log_5 2$, $b = \log_{0.5} 0.2$, $c = 0.5^{0.2}$, 则

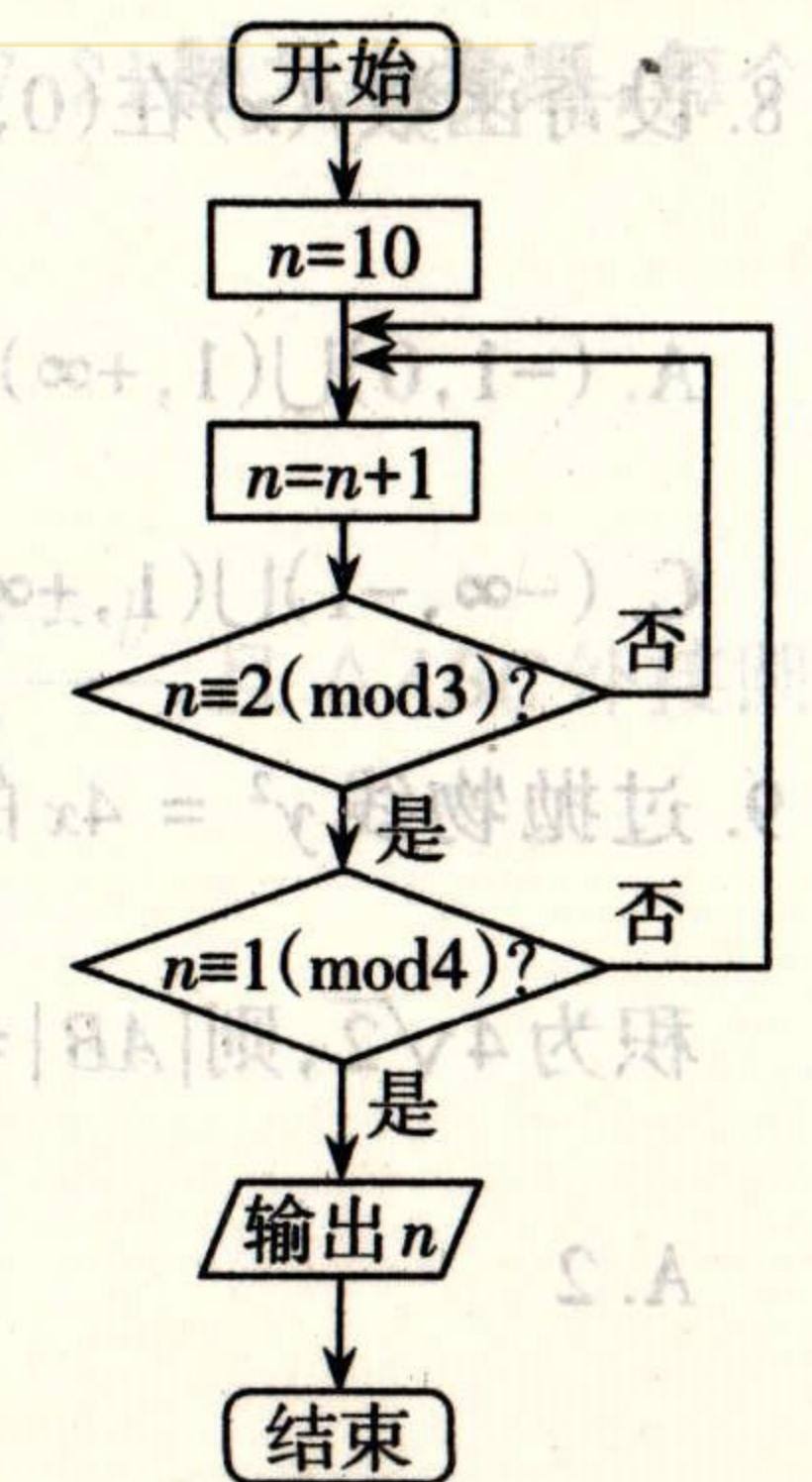
A. $a < b < c$	B. $a < c < b$
C. $b < a < c$	D. $c < a < b$

4. 右边程序框图的算法源于我国古代闻名中外的《中国剩余定理》。

$n \equiv N \pmod{m}$ 表示正整数 n 除以正整数 m 的余数为 N , 例如

$10 \equiv 4 \pmod{6}$. 执行该程序框图, 则输出的 n 等于

- A. 11
B. 13
C. 14
D. 17

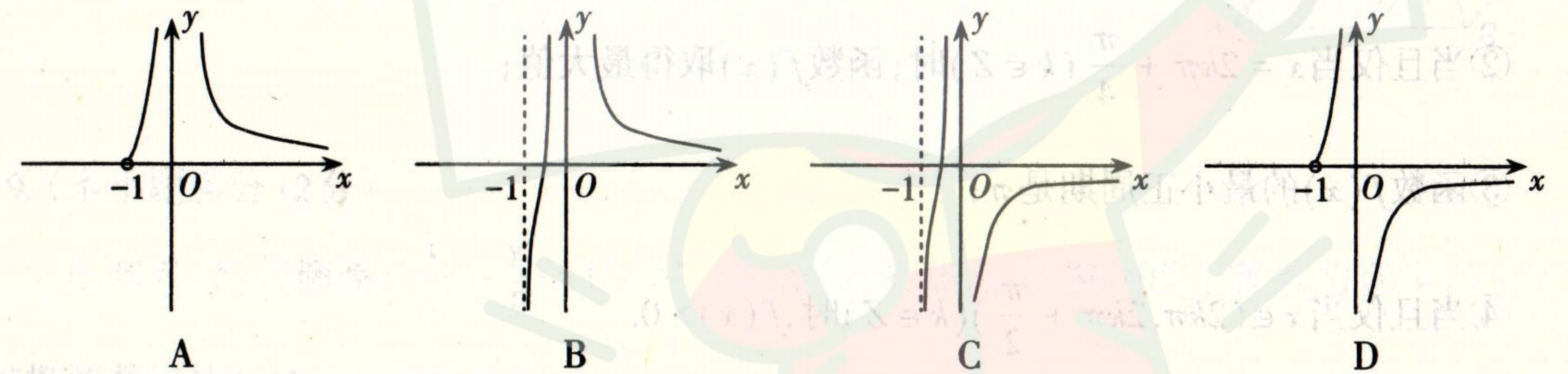


5. 若 a, b 是两个非零向量, 且 $|a+b| = m|a| = m|b|$, $m \in [1, \sqrt{3}]$, 则向量 b 与 $a-b$ 夹角的取值

范围是

- A. $[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$ B. $[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}]$ C. $[\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}]$ D. $[\frac{5\pi}{6}, \pi]$

6. 函数 $f(x) = \frac{1}{x - \ln(x+1)}$ 的图象大致为



7. 圆周率 π 是数学中一个非常重要的数, 历史上许多中外数学家利用各种办法对 π 进行了估

算. 现利用下列实验我们也可对圆周率进行估算. 假设某校共有学生 N 人, 让每人随机写出

一对小于1的正实数 a, b , 再统计出 $a, b, 1$ 能构造锐角三角形的人数 M , 利用所学的有关知

识, 则可估计出 π 的值是

- A. $\frac{4M}{N}$ B. $\frac{4(N-M)}{N}$ C. $\frac{2M+N}{N}$ D. $\frac{4M+2N}{N}$

8. 设奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 且 $f(1)=0$, 则不等式 $\frac{f(x)-f(-x)}{x} < 0$ 的解集是

- A. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$
- B. $(-1, 0) \cup (0, 1)$
- C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- D. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

9. 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点的直线 l 与抛物线交于 A, B 两点, 设点 $M(3, 0)$. 若 $\triangle MAB$ 的面积为 $4\sqrt{2}$, 则 $|AB| =$

- A. 2
- B. 4
- C. $2\sqrt{3}$
- D. 8

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_n = \frac{(S_n - 1)^2}{S_n}$. 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = (-1)^n \cdot (2n + 1)a_n$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 100 项和 T_{100} 为

- A. $\frac{101}{100}$
- B. $-\frac{101}{100}$
- C. $\frac{100}{101}$
- D. $-\frac{100}{101}$

11. 对于函数 $f(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x) - \frac{1}{2}|\sin x - \cos x|$, 有下列说法:

- ① $f(x)$ 的值域为 $[-1, 1]$;
- ② 当且仅当 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in Z)$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最大值;
- ③ 函数 $f(x)$ 的最小正周期是 π ;
- ④ 当且仅当 $x \in (2k\pi, 2k\pi + \frac{\pi}{2}) (k \in Z)$ 时, $f(x) > 0$.

其中正确结论的个数是

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

12. 三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB \perp BC$, $\triangle PAC$ 为等边三角形, 二面角 $P-AC-B$ 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{6}}{3}$,

当三棱锥的体积最大时, 其外接球的表面积为 8π , 则三棱锥体积的最大值为

- A. 1
- B. 2
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{1}{3}$

2020年高中数学竞赛预赛试卷

(理科) 卷友学楼

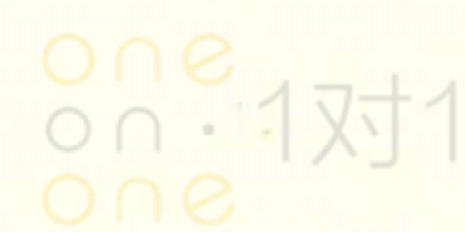
2020年高中数学竞赛预赛试卷

试卷说明: 本试卷共100分, 考试时间120分钟。... (text is mirrored and partially illegible)

(文科) 卷友学楼

试卷说明: 本试卷共100分, 考试时间120分钟。... (text is mirrored and partially illegible)

弥封线内不要答题



太原市2020年高三年级模拟试题(二)

数学试卷(理科)

第II卷(非选择题 共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

- 已知 $(x-1)(ax+1)^5$ 的展开式中, x^2 的系数为0,则实数 $a =$ _____.
- 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右顶点分别为 A, B , 点 P 是双曲线上一点,若 $\triangle PAB$ 为等腰三角形, $\angle PAB = 120^\circ$, 则双曲线的离心率为 _____.
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_n}{n} = \frac{n-1}{n} (\frac{a_{n+1}}{n+1} - 1) + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$, 且 $a_2 = 6$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为 _____.
- 改革开放40年来,我国城市基础设施发生了巨大的变化,各种交通工具大大方便了人们的出行需求.某城市的A先生实行的是早九晚五的工作时间,上班通常乘坐公交或地铁加步行.已知从家到最近的公交站或地铁站都需步行5分钟,乘坐公交到离单位最近的公交站所需时间 Z_1 (单位:分钟)服从正态分布 $N(33, 4^2)$, 下车后步行再到单位需要12分钟;乘坐地铁到离单位最近的地铁站所需时间 Z_2 (单位:分钟)服从正态分布 $N(44, 2^2)$, 从地铁站步行到单位需要5分钟.现有下列说法:
 - 若8:00出门,则乘坐公交一定不会迟到;
 - 若8:02出门,则乘坐公交和地铁上班迟到的可能性相同;
 - 若8:06出门,则乘坐公交比地铁上班迟到的可能性大;
 - 若8:12出门,则乘坐地铁比公交上班迟到的可能性大.
 则以上说法中正确的序号是 _____.

参考数据:若 $Z \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < Z \leq \mu + \sigma) = 0.6826$,
 $P(\mu - 2\sigma < Z \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544$,
 $P(\mu - 3\sigma < Z \leq \mu + 3\sigma) = 0.9974$.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17. (本小题满分12分)

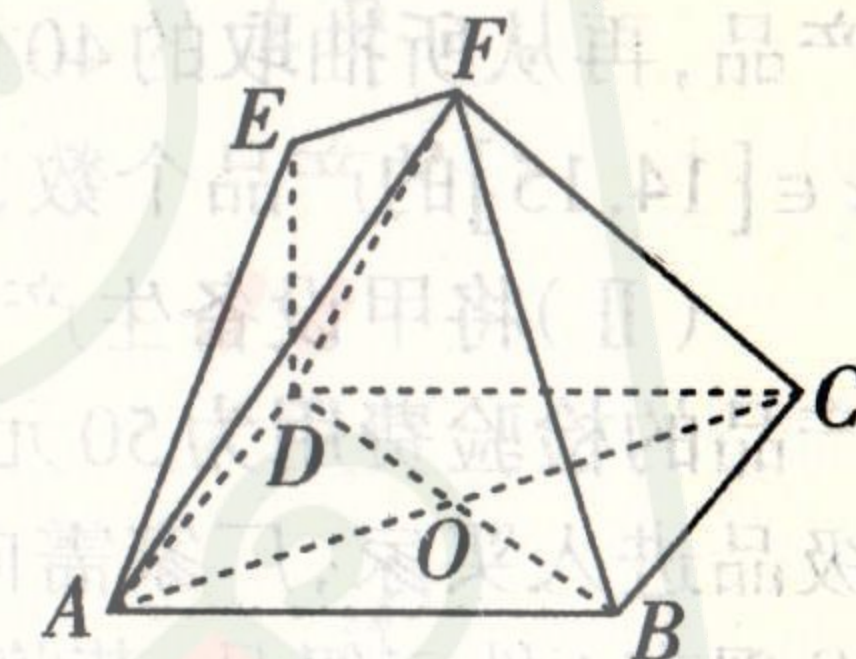
$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\frac{\sin^2 A - \sin^2 C}{\sin B} = \frac{\sqrt{2}a - b}{2}$, 且 $\triangle ABC$ 外接圆的半径为1.

- 求角 C ;
- 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

18. (本小题满分12分)

如图,四边形 $ABCD$ 是边长为4的菱形, $\angle BAD = 60^\circ$, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 四边形 $ACFE$ 为梯形, $EF \parallel AC$, 点 E 在平面 $ABCD$ 上的射影为 OA 的中点, AE 与平面 $ABCD$ 所成角为 45° .

- 求证: $BD \perp$ 平面 ACF ;
- 求平面 DEF 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值.



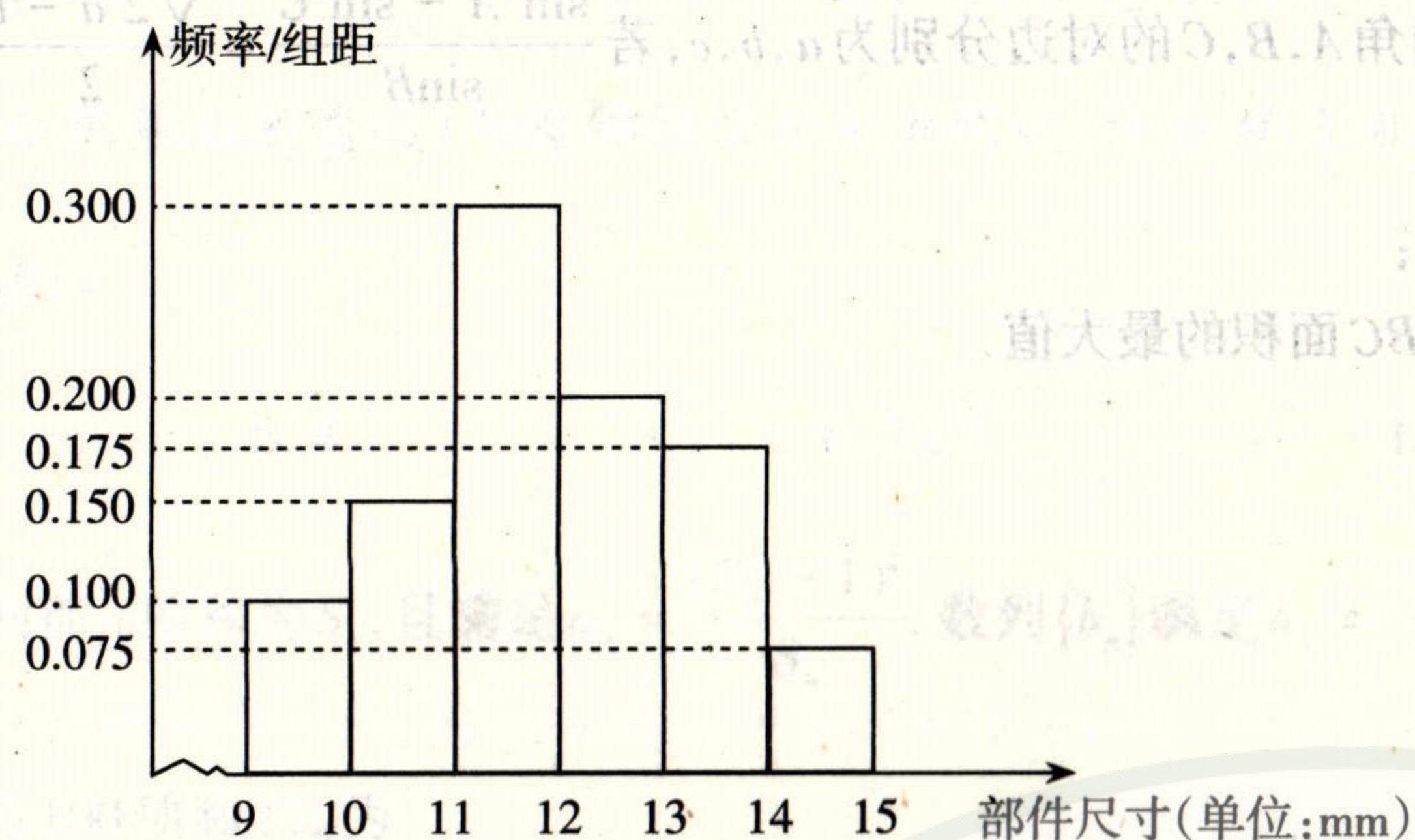
19. (本小题满分12分)

已知 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 过椭圆的上顶点的直线 $x + y = 1$ 被椭圆截得的弦的中点坐标为 $P(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$.

- 求椭圆 C 的方程;
- 过 F_1 的直线 l 交椭圆于 A, B 两点, 当 $\triangle ABF_2$ 面积最大时, 求直线 l 的方程.

题 答 要 不 内 线 封 弥

20. (本小题满分12分) 为实现2020年全面建设小康社会,某地进行产业的升级改造.经市场调研和科学研判,准备大规模生产某高科技产品的一个核心部件,目前只有甲、乙两种设备可以独立生产该部件.下图是从甲设备生产的部件中随机抽取400件,对其核心部件的尺寸 x ,进行统计整理的频率分布直方图.



根据行业质量标准规定,该核心部件尺寸 x 满足: $|x - 12| \leq 1$ 为一级品, $1 < |x - 12| \leq 2$ 为二级品, $|x - 12| > 2$ 为三级品.

(I) 现根据频率分布直方图中的分组,用分层抽样的方法先从这400件样本中抽取40件产品,再从所抽取的40件产品中,抽取2件尺寸 $x \in [12, 15]$ 的产品,记 ξ 为这2件产品中尺寸 $x \in [14, 15]$ 的产品个数,求 ξ 的分布列和数学期望;

(II) 将甲设备生产的产品成箱包装出售时,需要进行检验.已知每箱有100件产品,每件产品的检验费用为50元.检验规定:若检验出三级品需更换为一级或二级品;若不检验,让三级品进入买家,厂家需向买家每件支付200元补偿.现从一箱产品中随机抽检了10件,结果发现有1件三级品.若将甲设备的样本频率作为总体的概率,以厂家支付费用作为决策依据,问是否对该箱中剩余产品进行一一检验?请说明理由;

(III) 为加大升级力度,厂家需增购设备.已知这种产品的利润如下:一级品的利润为500元/件;二级品的利润为400元/件;三级品的利润为200元/件.乙种设备产品中一、二、三级品的概率分别是 $\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}$.若将甲设备的样本频率作为总体的概率,以厂家的利润作为决策依据,应选购哪种设备?请说明理由.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \ln x + ax + 1$.

(I) 若函数 $f(x)$ 有两个零点,求 a 的取值范围;

(II) $f(x) \leq xe^x$ 恒成立,求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分10分) 【选修4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{t}{t+1}, \\ y = \frac{2t+1}{t+1} \end{cases} (t \text{ 为参数}),$$
 曲线 C_2 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 2 + 2\cos\alpha, \\ y = 2\sin\alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(I) 求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的极坐标方程;

(II) 射线 $\theta_1 = \beta (0 < \beta < \frac{\pi}{2})$ 与曲线 C_2 交于 O, P 两点, 射线 $\theta_2 = \frac{\pi}{2} + \beta$ 与曲线 C_1 交于点 Q , 若 $\triangle OPQ$ 的面积为1, 求 $|OP|$ 的值.

23. (本小题满分10分) 【选修4-5: 不等式选讲】

已知 a, b, c 为正实数.

(I) 若 $a + b + c = 1$, 证明: $(\frac{1}{a} - 1)(\frac{1}{b} - 1)(\frac{1}{c} - 1) \geq 8$;

(II) 证明: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$.

密封线内不要答题

太原市 2020 年高三年级模拟试题 (二)

理科数学答题卡

姓名 _____

贴条形码区

准考证号

注意事项

- 答题前，考生务必首先认真核准条形码上的姓名、准考证号，然后使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔将姓名、准考证号填写在相应位置，并在答题卡背面左上角填写姓名和准考证号末两位。准考证号的每个书写框内只能填写一个阿拉伯数字。要求字体工整，笔迹清晰。填写阿拉伯数字的样例：0123456789
- 答第 I 卷时，必须使用2B铅笔填涂。修改时，要用橡皮将修改处擦干净，规范填涂样例：
- 答第 II 卷时，必须使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写，作图题可先用铅笔绘出，确认后再用0.5毫米的黑色笔迹签字笔描清楚，要求字迹工整，笔迹清晰，严格按题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题、草稿纸上答题无效。
- 保持答题卡清洁、完整，严禁折叠，严禁在答题卡上作任何标记，严禁使用涂改液、胶带纸和修正带。严禁污染答题卡上的黑色方块。
- 未按上述要求填写、答题，影响评分质量，后果自负。

此栏禁止考生填涂 缺考标记 缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂左边的缺考标记。

第 I 卷 (用2B铅笔填涂)

- | | | |
|---|--|--|
| 1 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 6 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 11 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 2 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 7 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 12 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 3 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 8 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |
| 4 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 9 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |
| 5 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 10 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |

第 II 卷 (用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写)

二、填空题 (每小题5分，共20分)

13. _____ 14. _____

15. _____ 16. _____

三、解答题 (共70分)

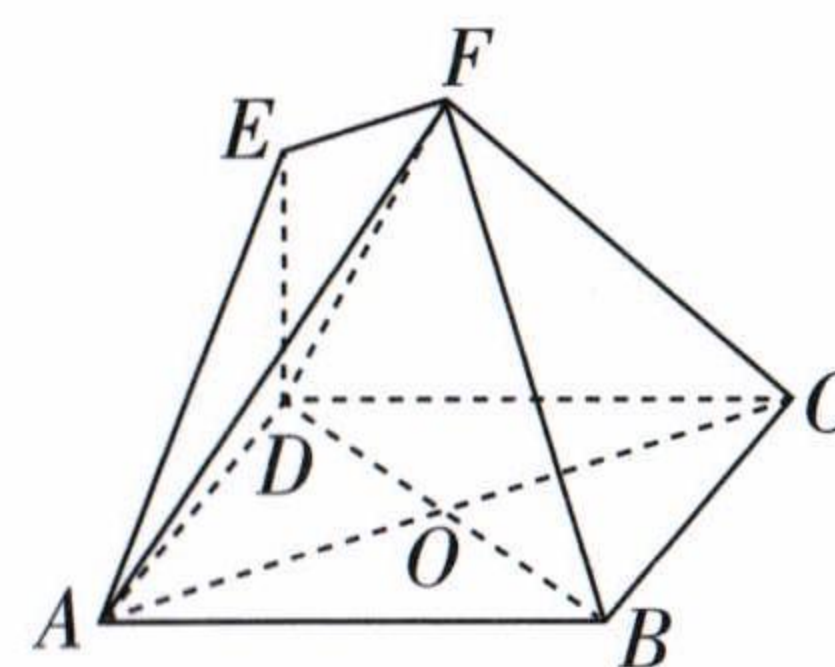
17. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

续17题

18. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

19. (12分)

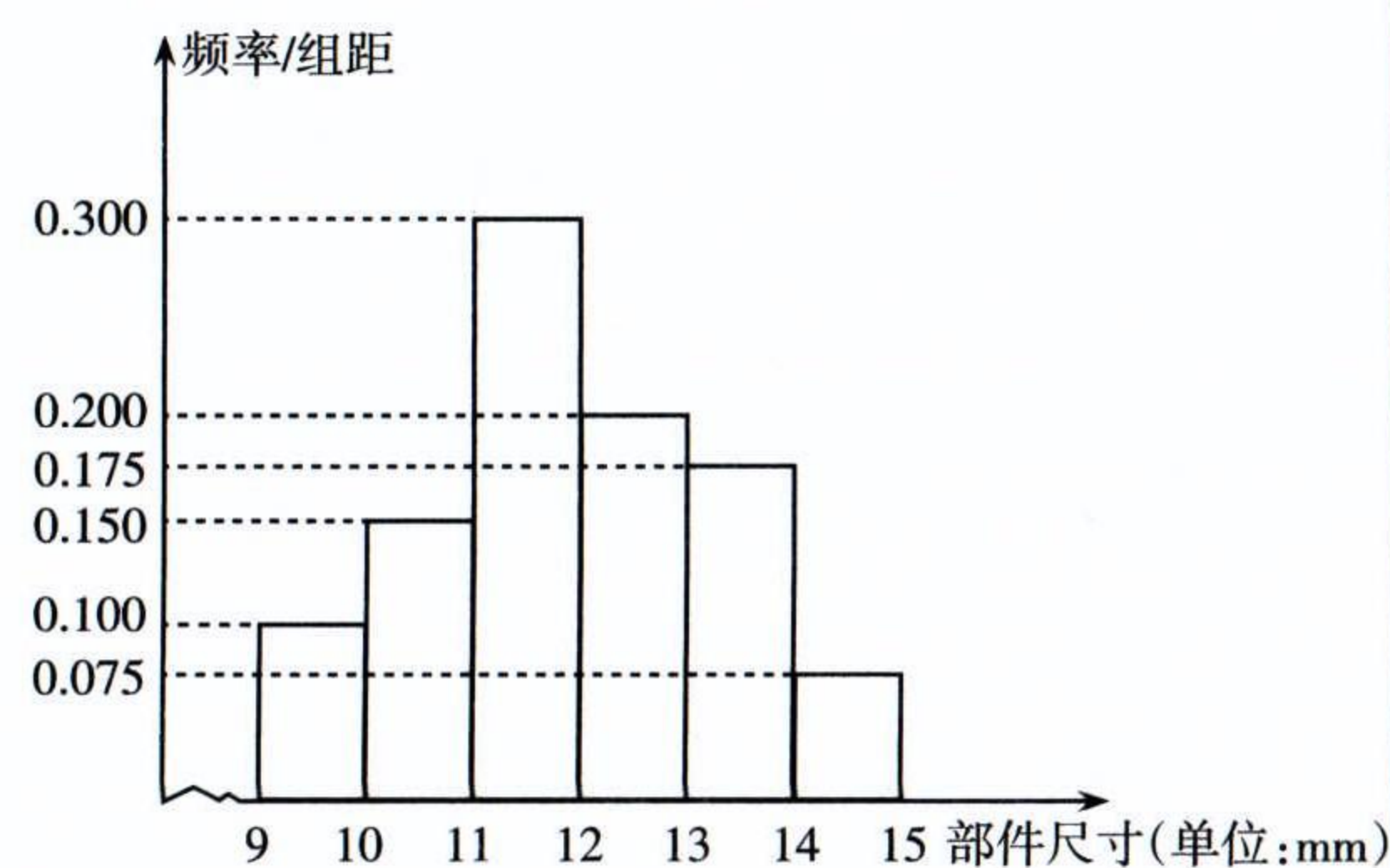
请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

考生姓名 准考证号末两位

考生务必将姓名、准考证号末两位用0.5毫米的黑色笔迹签字笔认真填写在书写框内。准考证号末两位的每个书写框只能填写一个阿拉伯数字。

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题： (22) (23)

(请考生在第(22)、(23)两题中任选一题作答。注意：只能做所选定的题目。如果多做，则按所做的第一题计分。作答时请用2B铅笔将所选题号后的方框涂黑。)

选做题号 _____ (10分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效