

数学参考答案及评分标准

一、选择题

1~5 ADBDC 6~10 CDBAC

二、填空题

11. $-3 \leq x < -1$ 12. $(3n+2)$ 13. 甲 14. 93.9(或92.9) 15. $27 - 8\sqrt{7}$

三、解答题

16. 解:(1)原式= $2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3 - 8$ 4分

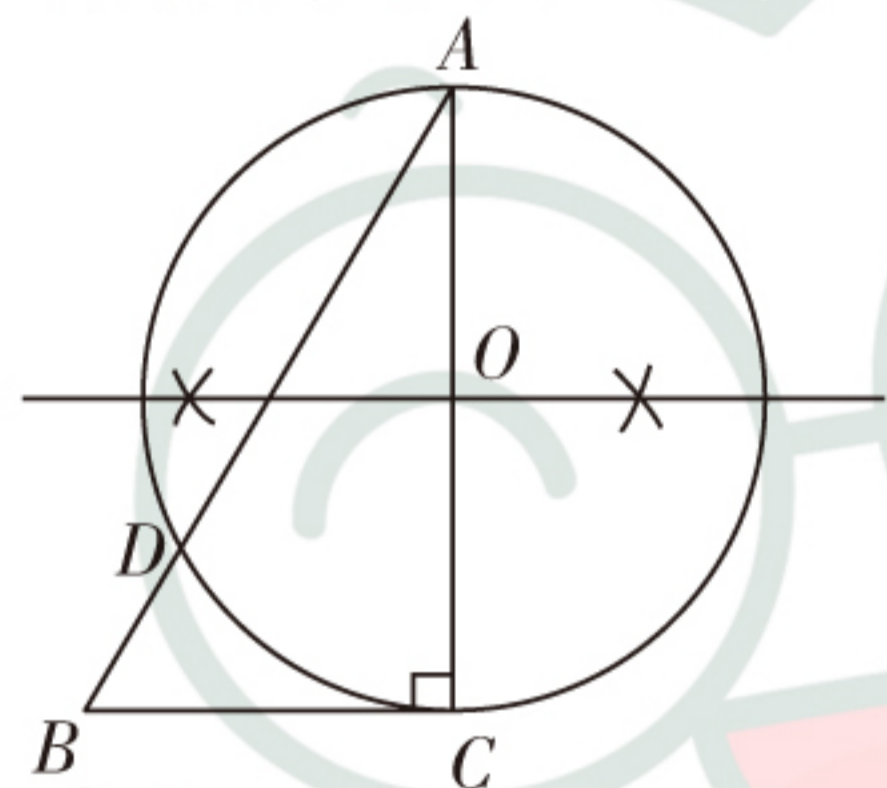
$= -5$ 5分

(2)原式= $\frac{x^2+1-2x}{x} \cdot \frac{x}{(x+1)(x-1)}$ 7分

$= \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)}$ 9分

$= \frac{x-1}{x+1}$ 10分

17. 解:(1)尺规作图如图所示, $\odot O$ 即为所求作圆.



..... 3分

(2) $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{4}$ 5分

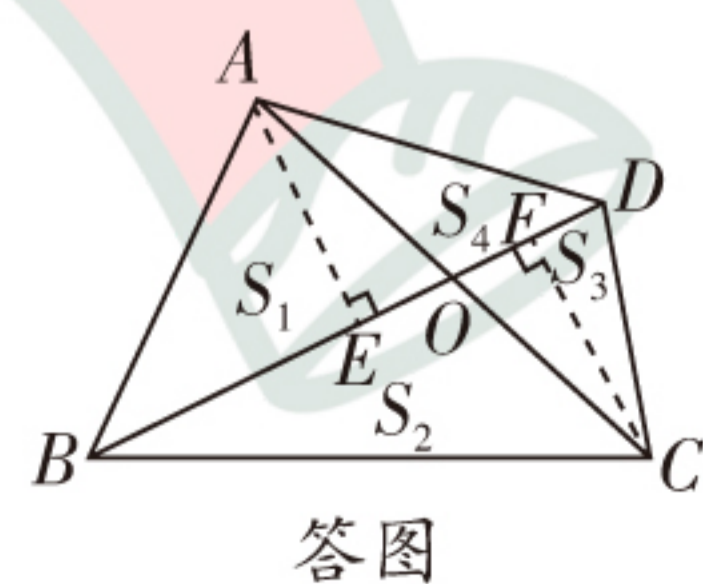
18. 解:(1) $\therefore \dots, \frac{S_2}{S_3} = \frac{\frac{1}{2}OB \cdot OC}{\frac{1}{2}OD \cdot OC} = \frac{OB}{OD}$ 1分

$\therefore \frac{S_1}{S_4} = \frac{S_2}{S_3}$

$\therefore S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$ 2分

(2)如答图,分别过点A, C作 $AE \perp BD$ 于点E, $CF \perp BD$ 于点F. 3分

$\therefore \frac{S_1}{S_4} = \frac{\frac{1}{2}OB \cdot AE}{\frac{1}{2}OD \cdot AE} = \frac{OB}{OD}, \frac{S_2}{S_3} = \frac{\frac{1}{2}OB \cdot CF}{\frac{1}{2}OD \cdot CF} = \frac{OB}{OD}$ 4分



答图

$\therefore \frac{S_1}{S_4} = \frac{S_2}{S_3}$

$\therefore S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$ 5分

(3) $10 + 8\sqrt{2}$ 7分

19. 解:(1) $\frac{2}{5}$ 2分

(2)列表如下:(树状图略)

小明 \ 小红	金	木	水	火	土
金		克	生	克	生
木	克		生	生	克
水	生	生		克	克
火	克	生	克		生
土	生	克	克	生	

..... 5分

总共有20种等可能结果,其中相生的有10种结果,相克的有10种结果. 6分

$\therefore P(\text{小明获胜}) = \frac{1}{2}, P(\text{小红获胜}) = \frac{1}{2}$ 7分

$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \therefore$ 游戏规则公平. 8分

20. 解:(1)设甲种酥梨每箱的售价为 x 元,则乙种酥梨每箱的售价为 $(x-28)$ 元. 1分

则 $\frac{4400}{x} = \frac{3000}{x-28}$ 3分

解,得 $x=88$ 4分

经检验, $x=88$ 是原方程的解. 5分

$88-28=60$ (元).

答:甲种酥梨每箱的售价为88元,乙种酥梨每箱的售价为60元. 6分

(2)协会恰好完成销售任务时,甲、乙两种酥梨的销售量均为 $4400 \div 88=50$ (箱). 7分

设乙种酥梨按原售价销售 a 箱.

则 $(88-48) \times 50 + (60-40)a + (60 \times 0.9 - 40)(50-a) \geq 2940$ 8分

解,得 $a \geq 40$ 9分

答:乙种酥梨至少按原售价销售40箱,才能使该贫困户第二个月获利不少于2940元.

..... 10分

21. 解:(1) \therefore 点D的纵坐标为4,

\therefore 将 $y=4$ 代入 $y = \frac{8}{x}$ 中,得 $x=2$.

\therefore 点D坐标为(2,4). 1分

$\therefore B, C$ 两点的坐标分别为 $(-4,0), (-1,0)$,

$\therefore BC = BO - CO = 4 - 1 = 3$.

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC, AD = BC = 3$.

\therefore 点A的横坐标为 $2 - 3 = -1$.

\therefore 点A的坐标为 $(-1,4)$ 2分

把点A(-1,4)代入 $y = \frac{k}{x}$ 中,得 $k = -4$.

∴反比例函数的表达式为 $y = \frac{-4}{x} (x < 0)$ 3分

(2)四边形AEFD是平行四边形,证明如下: 4分

如答图,过点E作 $EG \perp x$ 轴于点G,连接AC.

∴A,C两点的横坐标相同,

∴ $AC \perp x$ 轴.

∴在 $Rt\triangle EBG$ 和 $Rt\triangle ABC$ 中,

$\tan \angle EBG = \frac{EG}{BG} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3}$ 5分

∴设 $EG=4n, BG=3n$,则点E的坐标为 $(3n-4, 4n)$,

∴点E在 $y = \frac{-4}{x}$ 图象上, ∴ $4n(3n-4) = -4$,

解,得 $n_1 = \frac{1}{3}, n_2 = 1$ (舍). 6分

∴点E的坐标为 $(-3, \frac{4}{3})$.

∴ $AB \parallel CD$,

∴ $\angle FCO = \angle EBG$,

∴ $\tan \angle FCO = \tan \angle EBG = \frac{4}{3}$.

∴ $FO = \frac{4}{3}$ 7分

∴点F的坐标为 $(0, \frac{4}{3})$.

∴点E,F的纵坐标相同,

∴ $EF \parallel x$ 轴,即 $EF \parallel BC$ 8分

又∴ $AD \parallel BC$,

∴ $EF \parallel AD$.

∴四边形AEFD是平行四边形. 9分

22. 解:(1) $2 - \sqrt{2}$ (或 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$) 2分

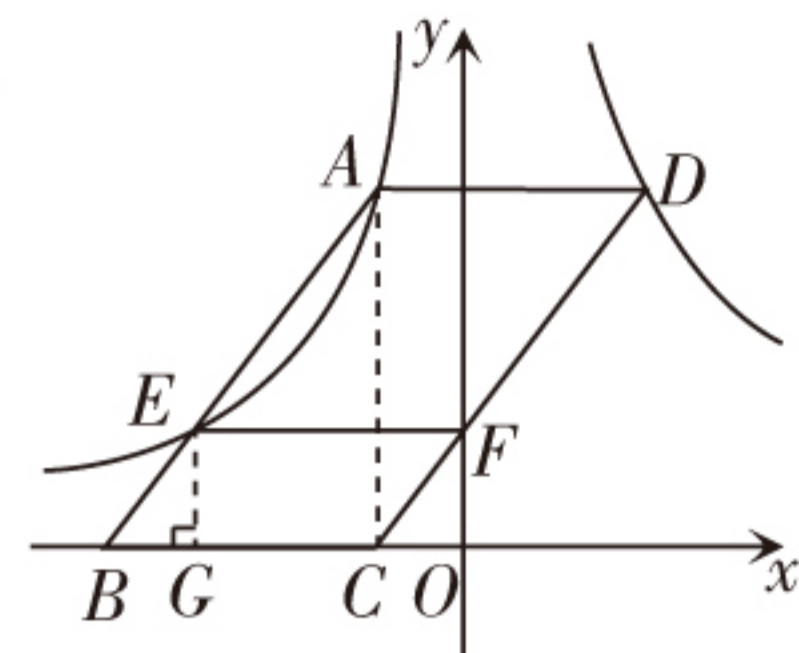
(2)点C'在折痕GH上,证明如下: 3分

∴四边形ABCD是正方形,

∴ $\angle C = \angle ADC = 90^\circ$.

由图1中的折叠可知: $\angle BDC' = \frac{1}{2} \angle ADC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ, \angle BC'E = \angle C = 90^\circ$.

∴ $\angle DC'E = 180^\circ - \angle BC'E = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ 4分



答图

∴在 $\triangle DC'E$ 中, $C'E = C'D \cdot \tan 45^\circ = C'D$.

∴点C'在DE的中垂线上.

由图2中的折叠可知: $DH = HE, GH \perp DE$.

∴GH垂直平分DE.

∴点C'在折痕GH上. 5分

(3) $PB \perp PE$,证明如下:

方法一: ∴四边形ABCD是正方形,

∴ $\angle A = 90^\circ, AD = BC = AB = DC$ 6分

由图2中的折叠可知: $\angle DHG = 90^\circ$.

∴四边形AGHD是矩形.

∴ $AD = GH, AG = DH$.

设 $GH = BC = BC' = DC = AB = a$,

则 $BD = \frac{BC}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}a$.

$C'D = BD - BC' = \sqrt{2}a - a$ 7分

在 $\triangle DC'E$ 中, $DE = \frac{C'D}{\cos 45^\circ} = \sqrt{2}(\sqrt{2}a - a) = 2a - \sqrt{2}a$.

∴ $DH = HE = AG = \frac{1}{2}DE = \frac{1}{2}(2a - \sqrt{2}a) = a - \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

∴ $GB = HC = AB - AG = a - (a - \frac{\sqrt{2}}{2}a) = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ 8分

由图3中折叠可知: $PB = PE$,即 $PB^2 = PE^2$.

在 $Rt\triangle PGB$ 和 $Rt\triangle PHE$ 中,由勾股定理得:

$PB^2 = PG^2 + GB^2, PE^2 = PH^2 + HE^2$.

∴ $PG^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2 = PH^2 + (a - \frac{\sqrt{2}}{2}a)^2$.

∴ $PG = GH - PH = a - PH$,

∴ $(a - PH)^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2 = PH^2 + (a - \frac{\sqrt{2}}{2}a)^2$.

解,得 $PH = \frac{\sqrt{2}}{2}a$,即 $PH = GB$ 9分

∴ $Rt\triangle PGB \cong Rt\triangle PHE$ (HL).

∴ $\angle GBP = \angle HPE$.

∴ $\angle GBP + \angle GPB = 90^\circ, \therefore \angle HPE + \angle GPB = 90^\circ$.

∴ $\angle BPE = 180^\circ - (\angle HPE + \angle GPB) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

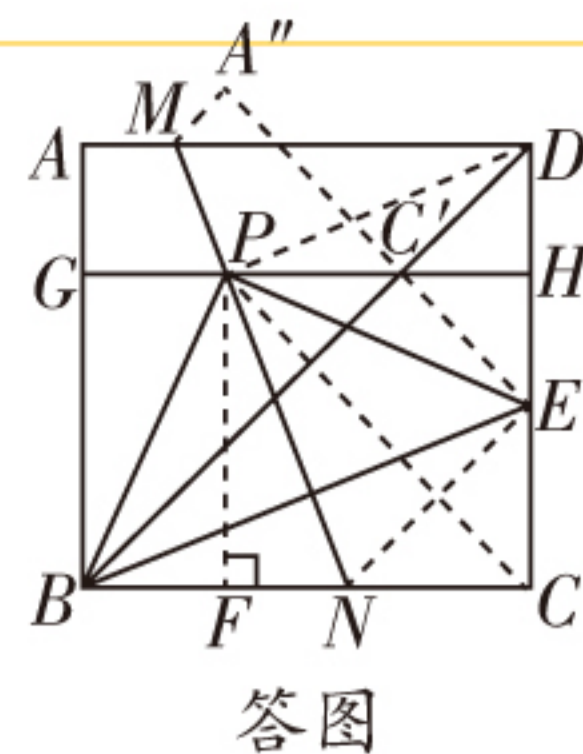
∴ $PB \perp PE$ 10分

由(2)得GH是DE的中垂线,

∴ PD=PE. 6分

由折叠性质可得PB=PE,

∴ PD=PB. 7分



在△PBC和△PDC中, $\begin{cases} PB = PD, \\ PC = PC, \\ BC = DC. \end{cases}$

∴ △PBC≌△PDC(SSS).

∴ ∠PCB=∠PCD,即点P在∠BCD的平分线上. 8分

过点P作PF⊥BC于点F,则四边形GPFB为矩形,

∴ PF=GB.

又∵ PH⊥CD,

∴ PH=PF. 9分

∴ PH=GB.

在Rt△PHE和Rt△BGP中, $\begin{cases} PH = BG, \\ PB = EP. \end{cases}$

Rt△PHE≌Rt△BGP(HL).

∴ ∠HPE=∠GBP,

∴ ∠HPE+∠GPB=∠GBP+∠GPB=90°,

∴ ∠BPE=180°-(∠HPE+∠GPB)=90°,

∴ PB⊥PE. 10分

(4)方法不唯一,例如:

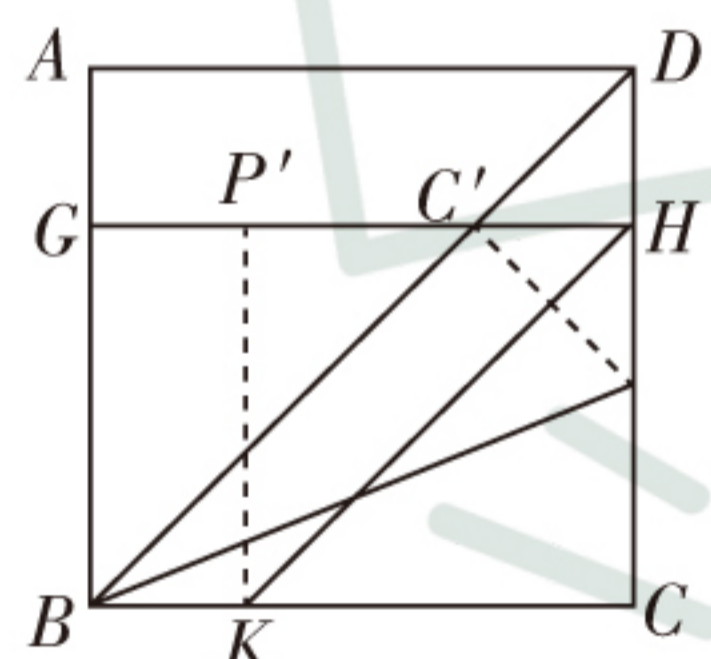


图4(方法一)

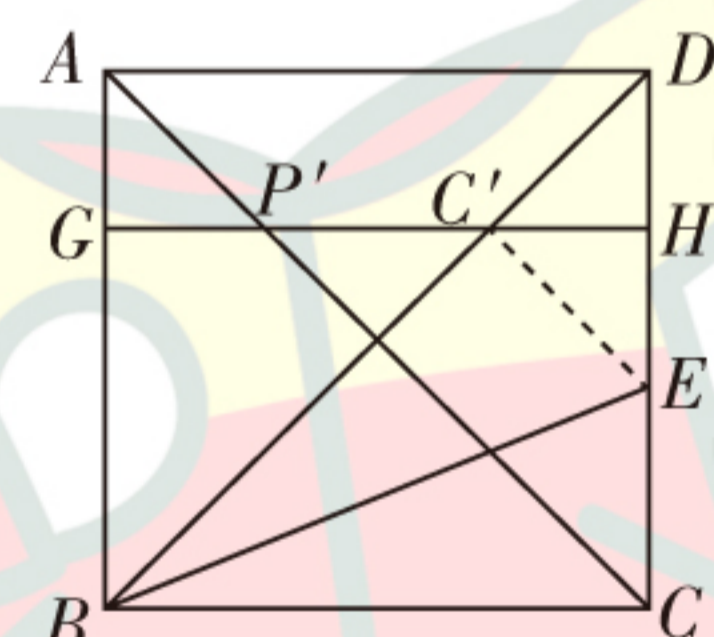


图4(方法二)

..... 11分

方法一:沿过H点的折痕HK折叠正方形纸片ABCD,使HC落到线段HG上,点C落到的位置即点P'. 12分

方法二:将正方形纸片对折,使点B落在点D处,折痕为对角线AC,则AC与GH的交点即点P'. 12分

23.解:(1)把A(-1,0)代入y=ax²+4x+5中,
得a-4+5=0,

解,得a=-1.

∴ 抛物线的关系式为y=-x²+4x+5. 1分

当x=0时,得y=5,∴点C的坐标为(0,5). 2分

当y=0时,得-x²+4x+5=0.

解,得x₁=-1,x₂=5.

∴点A在点B左侧,∴点B的坐标为(5,0). 3分

设直线BC的关系式为y=kx+b.

把点B(5,0)和C(0,5)代入上式,

$$\begin{cases} 5k + b = 0, \\ b = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} k = -1, \\ b = 5. \end{cases}$$

∴ 直线BC的关系式为y=-x+5. 5分

(2)由点A,B,C坐标可知:AO=1,OB=5,OC=5.

∴ △COB为等腰直角三角形,AB=AO+OB=1+5=6. 6分

∴ ∠CBO=45°,△ADB为等腰直角三角形.

如答图,过点P作PQ⊥x轴于点Q,交BC于点K. 7分

在△EKP和△QKB中,

∴ ∠PEK=∠BQK=90°,∠EKP=∠QKB,

∴ ∠EPK=∠QBK=45°.

∴ △EPK为等腰直角三角形. 8分

∴ 四边形AEPD是平行四边形,

∴ EP=AD.

∴ EP=AD=EK=DB.

又∵ ∠PEK=∠ADB=90°,

∴ △EPK≌△DAB.

∴ PK=AB=6.

∴ 点P为抛物线上的动点,点K为直线BC上的点,点P的横坐标为m,

∴ 设P(m,-m²+4m+5),K(m,-m+5).

∴ PK=PQ-KQ=-m²+4m+5-(-m+5)=-m²+5m. 9分

∴ -m²+5m=6.

解,得m₁=2,m₂=3.

∴ 四边形AEPD是平行四边形时的m值为2或3. 10分

(3)m₁= $\frac{21+\sqrt{601}}{10}$,m₂= $\frac{19+\sqrt{601}}{10}$,m₃=1,m₄=3. 14分

(其他解法,请参照给分)

