

太原市2020年高三年级模拟试题(三)

数学试卷(文科)

(考试时间:下午3:00—5:00)

注意事项:

1. 本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,第I卷1至4页,第II卷5至8页。
2. 回答第I卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 回答第I卷时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第II卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第I卷(选择题 共60分)

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{x | 2x - 1 > 0\}$, 则 $A \cup B =$
 - A. $(-1, +\infty)$
 - B. $(\frac{1}{2}, 1)$
 - C. $(\frac{1}{2}, 2)$
 - D. $(\frac{1}{2}, +\infty)$
2. 某工厂甲、乙、丙三个车间生产了同一种产品,数量分别为120件,80件,60件. 为了解它们的产品质量是否存在显著差异,用分层抽样方法抽取了一个容量为 n 的样本进行调查,其中从乙车间的产品中抽取了4件,则 $n =$
 - A. 9
 - B. 10
 - C. 12
 - D. 13
3. 设复数 z 满足 $|z - 1| = |z - i|$ (i 为虚数单位), z 在复平面内对应的点为 (x, y) , 则
 - A. $y = -x$
 - B. $y = x$
 - C. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$
 - D. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$

4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_2 = -2, a_8 = 10$, 则 $S_9 =$

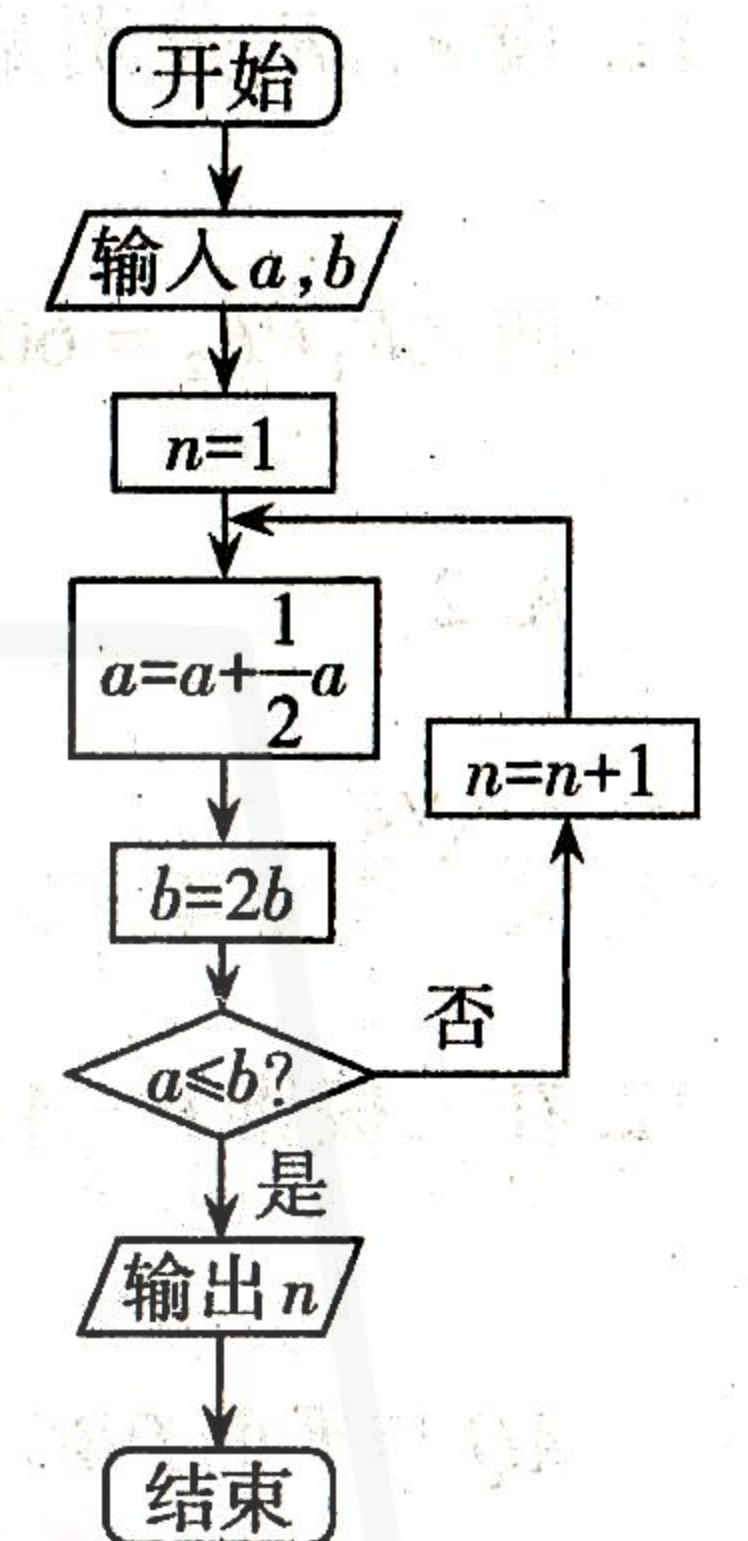
- A. 45
- B. 42
- C. 25
- D. 36

5. “ $x > 1$ ”是“ $\log_2 x > 0$ ”的

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

6. 宋元时期数学名著《算学启蒙》中有关于“松竹并生”的问题,松长三尺,竹长一尺,松日自半,竹日自倍,松竹何日而长等,右图是源于其思想的一个程序框图,若输入的 a, b 分别为3,1,则输出的 n 等于

- A. 5
- B. 4
- C. 3
- D. 2



7. 已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\tan \alpha =$

- A. -1
- B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D. 1

8. 已知向量 e_1, e_2 是夹角为 $\frac{\pi}{3}$ 的两个单位向量, 则 $a = 2e_1 + e_2$ 与 $b = -3e_1 + 2e_2$ 的夹角为

- A. $\frac{\pi}{6}$
- B. $\frac{\pi}{3}$
- C. $\frac{2\pi}{3}$
- D. $\frac{5\pi}{6}$

9. 把函数 $f(x) = \sin^2 x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位后, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象. 则 $g(x)$ 的解

析式是

- A. $g(x) = \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{12} \right)$
- B. $g(x) = -\frac{1}{2} \cos \left(2x - \frac{\pi}{12} \right)$
- C. $g(x) = -\frac{1}{2} \cos \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) + \frac{1}{2}$
- D. $g(x) = \frac{1}{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) + \frac{1}{2}$

测评编号

姓名

班级

学校

题 答 不 要 内 封 弥

10. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 且在区间 $[0, +\infty)$ 单调递增. 若实数 a 满足 $f(\log_2 a) + f(\log_{\frac{1}{2}} a) \leq 2f(1)$, 则 a 的取值范围是

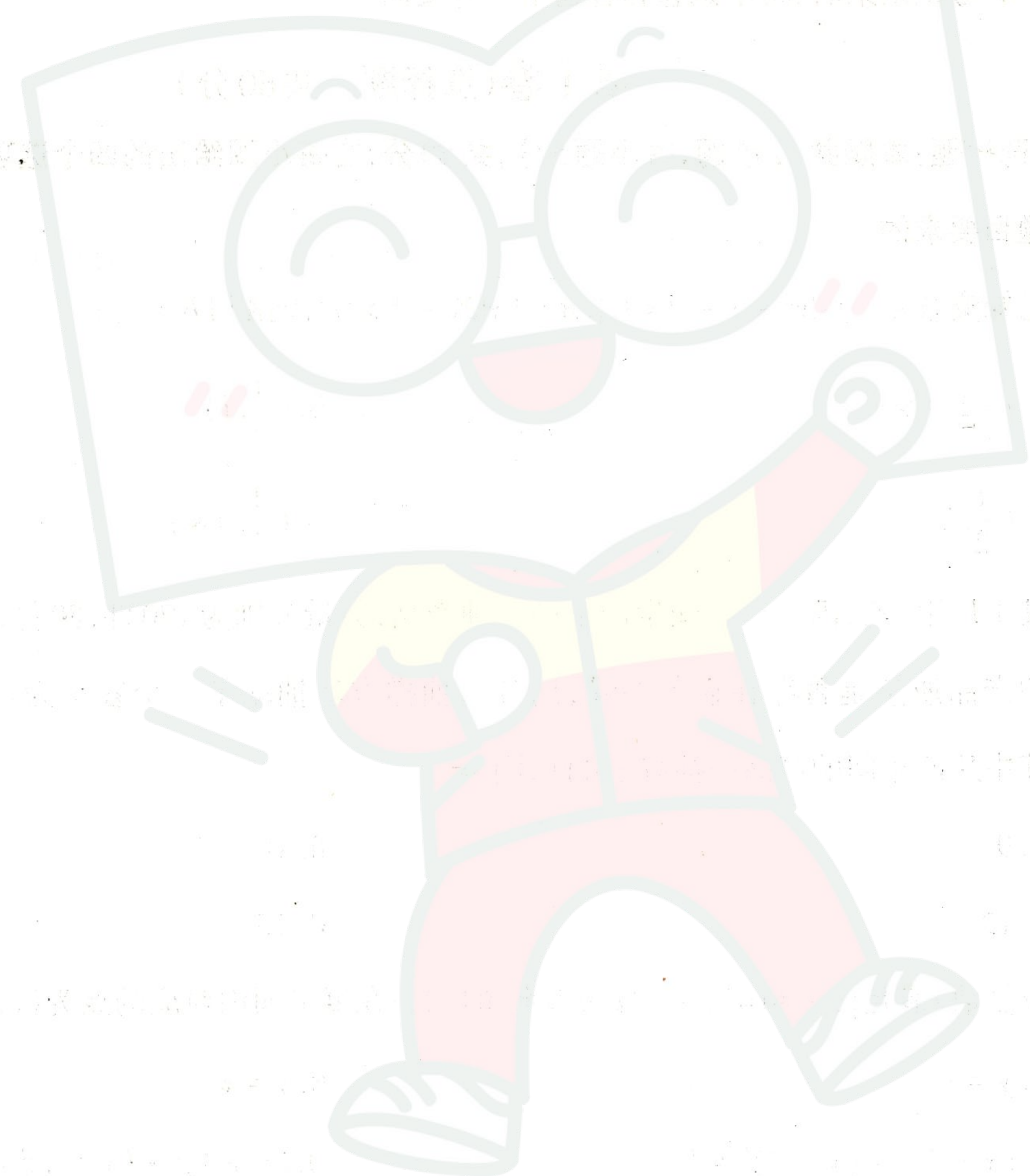
- A. $[\frac{1}{2}, 1]$
- B. $[1, 2]$
- C. $[\frac{1}{2}, 2]$
- D. $(0, 2]$

11. 设 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 若双曲线上存在点 P , 使 $\angle F_1 P F_2 = 60^\circ$, 且 $|PF_1| = 2|PF_2|$, 则双曲线的离心率为

- A. 2
- B. $\sqrt{3}$
- C. $\sqrt{5}$
- D. $\sqrt{6}$

12. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, PA, PB, PC 两两垂直, $PA = \frac{1}{2}PB = 1$, Q 是棱 BC 上一个动点, 若直线 AQ 与平面 PBC 所成角的正切的最大值为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$, 则该三棱锥外接球的表面积为

- A. 6π
- B. 7π
- C. 8π
- D. 9π



太原市2020年高三年级模拟试题(三)

数学试卷(文科)

第II卷(非选择题 共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x & (0 < x \leq 1) \\ x^2 - 1 & (x > 1) \end{cases}$, 则 $f\left(f\left(\frac{1}{8}\right)\right) =$ _____.

14. 抛物线 $y = px^2$ 经过点 $(1, 4)$, 则抛物线的焦点到准线的距离等于 _____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n + a_n = -2$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n =$ _____.

16. 对任意正整数 n , 函数 $f(n) = 2n^3 - 7n^2 \cos n\pi - \lambda n - 1$, 若 $f(2) \geq 0$, 则 λ 的取值范围是 _____; 若不等式 $f(n) \geq 0$ 恒成立, 则 λ 的最大值为 _____. (第一空2分, 第二空3分)

三、解答题: 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共60分.

17. (本小题满分12分)

垃圾分类是对垃圾进行有效处置的一种科学管理方法. 太原市为推进这项工作的实施, 开展了“垃圾分类进社区”的评比活动. 现有甲、乙两个小区采取不同的宣传与倡导方式对各自小区居民进行了有关垃圾分类知识的培训, 并参加了评比活动, 评委会随机从两个小区各选出20户家庭进行评比打分, 每户成绩满分为100分, 评分后得到如下茎叶图.

甲		乙	
	2 9	0 1 5 6 8	
7 7 3 2 1	8 0 1 2 5 6 7 8 9		
8 3 2 2 1	7 3 6 8		
9 8 7 7 6	6 5 7 9 9		
9 9 8 8 5			

(1) 依茎叶图判断哪个小区的平均分高?

(2) 现从甲小区不低于80分的家庭中随机抽取两户, 求分数为87的家庭至少有一户被抽中的概率;

(3) 如果规定分数不低于85分的家庭为优秀, 请填写下面的2x2列联表, 并判断“能否在犯错误的概率不超过0.025的前提下认为得分是否优秀与小区宣传培训方式有关?”

	甲	乙	合计
优秀	a=	b=	
不优秀	c=	d=	
合计			

参考公式和数据: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

题 答 要 不 内 线 封 弥

18. (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $a = b \cos C + c \sin B$.

(1)求 B ;

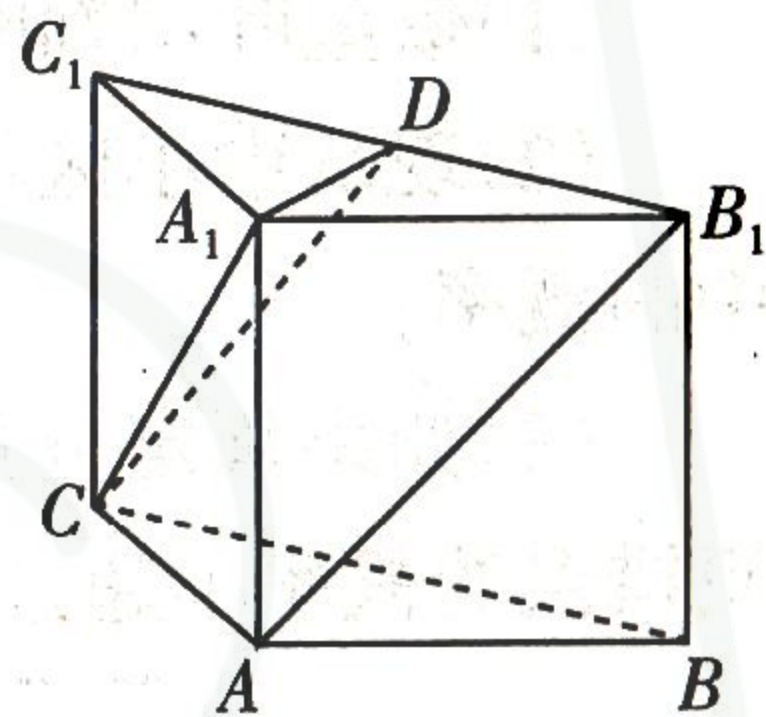
(2)设 $\angle BAC$ 的平分线 AD 与边 BC 交于点 D ,已知 $AD = \frac{17}{7}$, $\cos A = -\frac{7}{25}$,求 b 的值.

19. (本小题满分12分)

如图,在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $A_1B_1 \perp A_1C_1$, D 是 B_1C_1 的中点, $A_1A = A_1B_1 = 2$.

(1)求证: $AB_1 \parallel$ 平面 A_1CD ;

(2)直线 AB_1 和 BC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{26}}{13}$,求几何体 A_1B_1DCA 的体积.



20. (本小题满分12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为2,且过点 $(1, \frac{3}{2})$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)已知 $\triangle BMN$ 是椭圆 C 的内接三角形,若坐标原点 O 为 $\triangle BMN$ 的重心,求点 O 到直线 MN 距离的最小值.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \ln x + kx$.

(1)当 $k = -1$ 时,求函数 $f(x)$ 的极值点;

(2)当 $k = 0$ 时,若 $f(x) + \frac{b}{x} - a \geq 0 (a, b \in \mathbb{R})$ 恒成立,求 $e^{a-1} - b + 1$ 的最大值.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分10分)【选修4-4:坐标系与参数方程】

已知曲线 C 的极坐标方程是 $\rho - 6 \cos \theta = 0$,以极点为坐标原点,极轴为 x 轴的正半轴建立平面直角坐标系,直线 l 过点 $M(0, 2)$,倾斜角为 $\frac{3}{4}\pi$.

(1)求曲线 C 的直角坐标方程与直线 l 的参数方程;

(2)设直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点,求 $\frac{1}{|MA|} + \frac{1}{|MB|}$ 的值.

23. (本小题满分10分)【选修4-5:不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |x + 1| + |x - 2a|$.

(1)若 $a = 1$,解不等式 $f(x) < 4$;

(2)对任意的实数 m ,若总存在实数 x ,使得 $m^2 - 2m + 4 = f(x)$,求实数 a 的取值范围.