

太原市 2020 年初中毕业班综合测试 (二)

数学试卷

第 I 卷 选择题 (共 30 分)

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 下列有理数中, 比-2020 小的数是

A. $\frac{1}{2020}$

B. 0

C. $-\frac{1}{2020}$

D. -2021

【答案】 D

【考点】 有理数的大小

【解析】 略

2. 下列运算中结果正确的是

A. $x^3 + x^2 = x^5$

B. $3x^3y \div y = 3x^3$

C. $-2x * (-xy)^3 = -2x^4x^3$

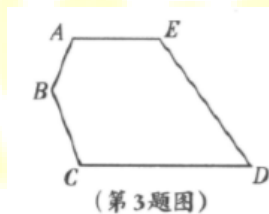
D. $(-x - y)^2 = -x^2 - y^2$

【答案】 B

【考点】 整式的乘除

【解析】 $3x^3y \div y = 3x^3$, 故选 B

3. 如图, 五边形 ABCDE 中 $AE \parallel CD$. 若 $\angle A = \angle C = 110^\circ$. 则 $\angle B$ 的度数为



A. 70°

B. 110°

C. 140°

D. 150°

【答案】 C

【考点】 平行线的性质

【解析】 连接 AD. 根据平行内错角相等可得出 $\angle B = 360^\circ - 110^\circ - 110^\circ$, 故选 C

4. 方程是刻画现实世界数量关系的数学模型. 中国古代列方程的思想可以追溯到汉代, 金代数学家李冶及元代数学家朱世杰在其数学著作中对方程的有关内容做了系统的介绍. 成为中国数学又一项杰出创造. 中国古代列方程的方法被称为



李冶

朱世杰

A. 天元术

B. 勾股术

C. 正负术

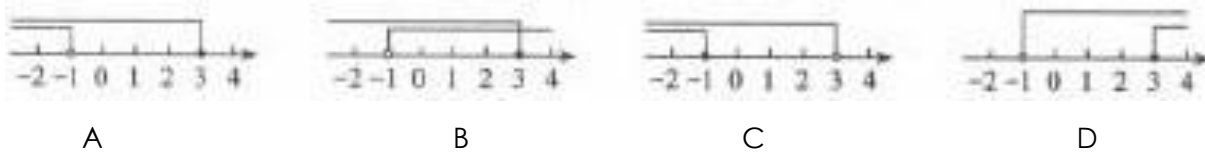
D. 割圆术

【答案】 A

【考点】 数学文化的相关知识

【解析】 略

5. 将不等式 $-2x \geq 6$ 与 $3x+1 > -2$ 的解集表示在同一数轴上, 正确的是



【答案】 B

【考点】 解不等式并在数轴上表示解集

【解析】 $-1 < x < 3$, 故选 B

6. 新冠肺炎疫情爆发以来, 山西共派出 13 批医疗队支援湖北, 共计 1516 人, 白衣逆行, 千里驰援, 下表是山西 11 个地市支援湖北的医疗队人数, 这组数据的中位数是

地市	太原	大同	阳泉	晋中	吕梁	忻州	朔州	运城	临汾	长治	晋城
人数(人)	146	152	86	24	34	33	16	143	91	98	109

A. 33 人

B. 86 人

C. 91 人

D. 98 人

【答案】 C

【考点】 中位数

【解析】 略

7. 2020 年 5 月 20 日是第三个“世界蜜蜂日”。蜜蜂不仅给人类带来了蜂蜜等营养品, 在保护生物多样性、维持生态平衡方面也发挥着重要作用。据统计, 一只蜜蜂飞行一次, 可为约 100 朵花授粉。若一只蜜蜂一天出巢 10 次, 2.5 万只蜜蜂一天可完成授粉的花朵总数用科学记数法表示约为

A. 2.5×10^3 朵

B. 2.5×10^4 朵

C. 2.5×10^7 朵

D. 0.25×10^8 朵

【答案】 C

【考点】 科学计数法

【解析】 $2.5 \text{ 万} = 25000 = 2.5 \times 10^7$, 故选 C

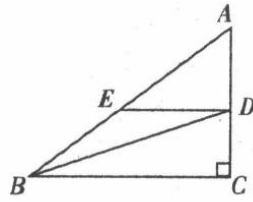
8. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 边于点 D , 过点 D 作 BC 的平行线交 AB 于点 E , 已知 $AD=3$, $DE=4$, 则下列结论正确的是 ()

A. $AE=BE$

B. DE 垂直平分 AC

C. $\frac{DE}{BC} = \frac{4}{9}$

D. $\frac{AD}{DC} = \frac{5}{4}$



(第8题图)

【答案】 D

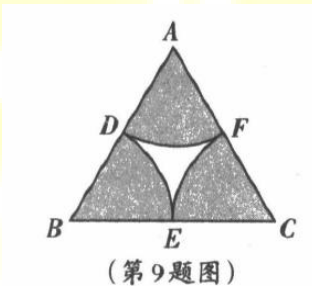
【考点】 角平分线性质、平行线分线段成比例

【解析】 \because BD 平分 $\angle ABC \quad \therefore \angle ABD = \angle CBD \quad \because DE \parallel BC \quad \therefore \angle EDB = \angle CBD$
 $\therefore \angle EDB = \angle ABD \quad \therefore ED = BE = 4 \quad \because AD = 3, DE = 4 \quad \therefore AE = 5 \quad \because DE \parallel BC$

$$\therefore \frac{AD}{DC} = \frac{AE}{BE} = \frac{5}{4}$$

9. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = AC$, 点 D、E、F 分别是 AB, BC, AC 边的中点, 依次以 A, B, C 为圆心, AD 长为半径画弧, 得到 DF 、 DE 、 EF , 若在 $\triangle ABC$ 区域随机任取一点, 则该点取自阴影部分的概率是 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{12}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{12}$



(第9题图)

【答案】 A

【考点】 概率、扇形面积

【解析】 $\because AB = BC = AC \quad \therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ 设 $AB = 2m$, 则 $BE = EC = AD = m$

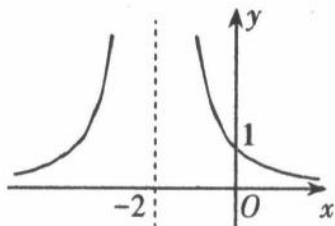
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}m^2 \quad S_{\text{扇形}BDE} = \frac{60\pi m^2}{360^\circ} = \frac{\pi m^2}{6} \quad \therefore S_{\text{阴影}} = 3S_{\text{扇形}BDE} = \frac{\pi m^2}{2}$$

$$\therefore P = \frac{S_{\text{阴影}}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{6}$$

10. 根据学习函数的经验, 小颖在平面直角坐标系中画出了函数 $y = \frac{4}{(x+2)^2}$ 的图象, 如下图所示,

根据图象, 小颖得到了该函数的四条性质, 其中正确的是 ()

- A. y 随 x 的增大而增大
 B. 当 $x > 0$ 时, $0 < y < 1$
 C. 当 $x = -2$ 时, y 有最大值
 D. 当 $x = 3$ 与 $x = -3$ 时, 函数值相等



(第10题图)

【答案】 B

【考点】 函数图象与性质

【解析】 当 $x > -2$ 时, y 随 x 的增大而减小, A 错; 该函数没有最大值, C 错; 从图象可得, 当 $x = 3$ 时的函数值小于当 $x = -3$ 时的函数值, D 错

第二卷 非选择题 (共 90 分)

二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. 计算 $a(a - b) + b(a - b)$ 的结果是 _____

【答案】 $a^2 - b^2$

【考点】 因式分解

【解析】 $a(a - b) + b(a - b) = (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

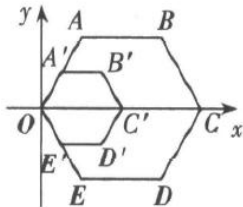
12. “直播带货”是今年的热词, 某“爱心助农”直播间推出特产甜瓜, 定价 8 元/千克, 并规定直播期间一次下单超过 5 千克时, 可享受九折优惠, 李叔叔在直播期间购买此种甜瓜 m 千克 ($m > 5$), 则他共需支付 _____ 元 (用含 m 的代数式表示)

【答案】 $7.2m$

【考点】 列代数式

【解析】 由题意得, $8m \times 0.9 = 7.2m$

13. 如图, 正六边形 $OABCDE$ 与正六边形 $OA'B'C'D'E'$ 是关于原点 O 的位似图形, 相似比为 2:1, 且点 A', E' 分别在 OA, OE 上, 点 C, C' 在 x 轴正半轴上. 已知 $AB = 4$, 则点 C' 的坐标为 _____.



(第13题图)

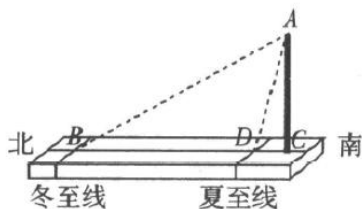
【答案】 $(4, 0)$

【考点】 位似, 正多边形的性质

【解析】 连接 BC' , 由相似比得 $OC' : OC = 1 : 2$, 所以 C' 为 OC 中点. 根据正六边形得性质, $OC' = AB$, 所以 C' 坐标为 $(4, 0)$.

14. 圭表是度量日影长度的一种天文仪器, 由“圭”和“表”两个部件组成, 垂直于地面的直杆叫“表”, 水平放置于地面且刻有刻度以测量影长的标尺叫“圭”. 如图是小彬根据学校小李所在地

理位置设计的圭表示意图，其中冬至时正午阳光入射角 $\angle ABC \approx 28.8^\circ$ ，夏至时正午阳光入射角 $\angle ADC \approx 75.8^\circ$ 。已知“表”高 $AC=20\text{cm}$ ，则“圭”上所刻冬至线与夏至线之间的距离 BD 为 cm 。(精确到 1cm ；参考数据： $\cos 75.8^\circ \approx 0.2, \tan 75.8^\circ \approx 4.0, \cos 28.8^\circ \approx 0.9, \tan 28.8^\circ \approx 0.5$)



(第14题图)

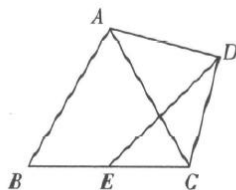
【答案】 35

【考点】 三角函数，解直角三角形

【解析】 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $DC = \frac{AC}{\tan \angle ADC}$ ，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $BC = \frac{AC}{\tan \angle ABC}$ ， $BD = BC - DC$ ，代入计算得

$BD \approx 35\text{cm}$ 。

15. 如图，已知三角形 ABC 是等边三角形，以 AC 为边在 $\triangle ABC$ 外作 $\triangle ACD$ ，其中 $AD=CD$ ， $\angle ADC=90^\circ$ ，点 E 是 BC 的中点，连接 DE 。若 $AB=4$ ，则 DE 的长为 。



(第15题图)

【答案】 $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

【考点】 等边三角形的性质、等腰直角三角形的性质，三角函数

【解析】 取 AC 的中点 F ，连接 EF, DF ，则 EF 为 $\triangle ABC$ 中位线， $EF \parallel AB$ ，且 $EF = \frac{1}{2}AB$ ；在等腰 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $DF \perp AC$ ，且 $DF = \frac{1}{2}AC$ ，所以， $DF = EF$ ，且 $\angle DFE = 150^\circ$ ，所以 $\angle DEC = 45^\circ$ ， $\angle EDC = 30^\circ$ 。过点 C 作 CG 垂直 DE 于点 G ，

在 $\text{Rt}\triangle ECG$ 中 $EG = \frac{EC}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ ，在 $\text{Rt}\triangle DCG$ 中 $DG = \frac{\sqrt{3}DC}{2}$ ， $DC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ ，所以 $DG = \sqrt{6}$ ， $DE = DG + EG = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ 。

三、解答题（本大题共 8 个小题，共 75 分）解答时应写出必要的文字说明、推理过程或演算步骤。

16.（本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分）

(1) 计算： $\sqrt{3} \times (\sqrt{2} - 2) + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + 4 \sin 60^\circ - \sqrt{24}$ ；

【答案】 $4 - \sqrt{6}$

【考点】 实数的计算，三角函数值

【解析】 原式 $= \sqrt{6} - 2\sqrt{3} + 4 + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{6}$

$$= \sqrt{6} - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6}$$

$$= 4 - \sqrt{6}$$

(2) 解方程: $(x-2)(x+3)-3x=4$.

【答案】 $1+\sqrt{11}, 1-\sqrt{11}$

【考点】 解一元二次方程

【解析】 将原方程化为一般形式, 得 $x^2-2x-10=0$,
因为 $a=1, b=-2, c=-10$.

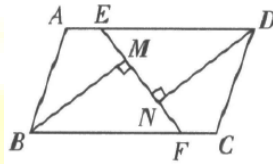
$$\text{所以 } x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-10)}}{2}$$

$$\text{整理, 得 } x = \frac{2 \pm 2\sqrt{11}}{2},$$

$$\text{所以, } x_1 = 1 + \sqrt{11}, x_2 = 1 - \sqrt{11}$$

17. (本题 7 分)

如图, 已知四边形 ABCD 是平行四边形, 点 E, F 分别是边 AD, BC 上的点, 且 $AE=CF$. 分别过点 B, D 作 $BM \perp EF, DN \perp EF$, 垂足为点 M, N. 求证: $BM=DN$.



【答案】 见解析

【考点】 平行四边形的性质, 全等三角形

【解析】 证明: \because 四边形 ABCD 是平行四边形,
 $\therefore AD=BC, AD \parallel BC$.
 $\because AE=CF$,
 $\therefore AD-AE=BC-CF$, 即 $DE=BF$.
 $\because AD \parallel BC, \therefore \angle DEN = \angle BFM$.
 $\because BM \perp EF, DN \perp EF$,
 $\therefore \angle DNE = \angle BMF = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle DNE \cong \triangle BMF$.
 $\therefore BM=DN$.

18. (本题 9 分)

2020 年 5 月 13 日, 共青团中央维护青少年权益部、中国互联网络信息中心 (CNIC) 联合发布《2019 年全国未成年人互联网使用情况研究报告》(注: 此报告中“未成年人”指 18 岁以下的在校学生)。

下面是此报告中的两幅统计图

全国未成年人互联网使用率

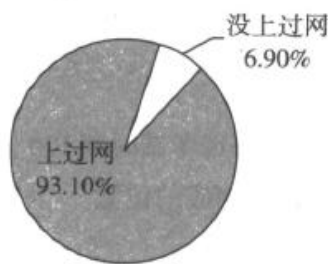


图 1

未成年人上网玩手机游戏的日均时长

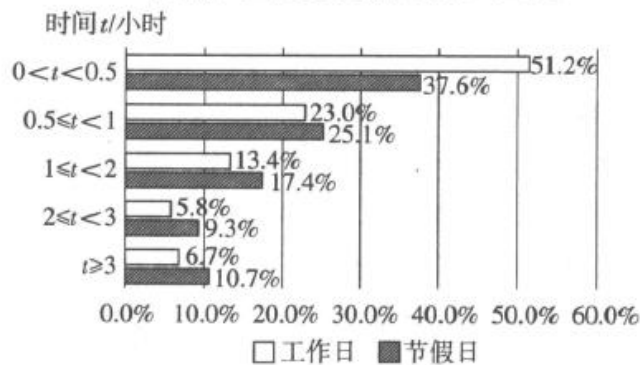


图 2

(1) 该报告数据显示, 2019 年全国 18 岁以下的在校学生共 1.88 亿. 根据图 1 中的信息, 可知 2019

年我国未成年人上过网的达到_____亿人(保留两位小数)

(2)根据图 2 可知未成年人工作日玩手机游戏日均时长在 2 小时及以上的约占_____%;

(3)小文根据报告整理了“初中生上网经常从事的活动排行榜(前五)”,如下表:

项目	网上学习	听音乐	聊天	玩游戏	搜索信息
比例	92.4%	77.1%	73.1%	64.7%	55.8%

小文发现,这些活动所占比例之和远远超过 100%.请你解释其中的原因;

(4)小文关注了“人民日报”、“共青团中央”、“新华社”、“中科院之声”四个微信公众号(依次记为 A, B, C, D).他每天早晨会从这 4 个公众号中随机选择一个浏览最新信息.求小文连续两天浏览同一个公众号的概率。

【答案】 1.75; 12.5; 原因:收集数据时,对于调查项目没有要求单项选择,所以,各个项目数据有重叠,各数据所占百分比之和就会超过 100%。 $\frac{1}{4}$

【考点】 统计与概率

【解析】 (1) $1.88 \times 93.10\% = 1.75$

(2) $5.8\% + 6.7\% = 12.5\%$

(3)原因:收集数据时,对于调查项目没有要求单项选择,所以,各个项目数据有重叠,各数据所占百分比之和就会超过 100%.

(4)小文浏览微信公众号的结果列表如下:

第二天 \ 第一天	A	B	C	D
A	(A,A)	(A,B)	(A,C)	(A,D)
B	(B,A)	(B,B)	(B,C)	(B,D)
C	(C,A)	(C,B)	(C,C)	(C,D)
D	(D,A)	(D,B)	(D,C)	(D,D)

由列表可知,共有 16 种等可能的结果,其中,连续两天浏览同一公众号的结果有 4 种,

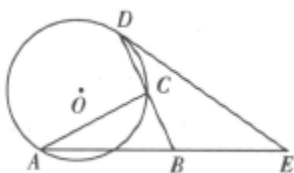
所以, $P(\text{连续两天浏览同一公众号}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

19.(本题 7 分)

已知:如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 以 AC 为弦作 $\odot O$, 交 BC 的延长线于点 D, 且 $DC=BC$. 过点 D 作 $\odot O$ 的切线, 交 AB 的延长线于点 E

(1)猜想 $\angle CAB$ 与 $\angle BDE$ 的数量关系, 并说明理由;

(2)若 $AB=BE$, 则 $\angle E$ 的度数为_____



【答案】 $\angle CAB = \angle BDE$; 30°

【考点】 圆的综合证明与计算

【解析】 (1) $\angle CAB = \angle BDE$.

理由:连接 AD

$$\because \angle ACB=90^\circ$$

$$\therefore \angle ACD=180^\circ - \angle ACB=90^\circ$$

$\therefore AD$ 为 $\odot O$ 的直径.

$$\because DC=BC, AC \perp CD \cdot$$

$$\therefore AD=AB$$

$$\therefore \angle CAB=\angle CAD$$

$\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore AD \perp DE$$

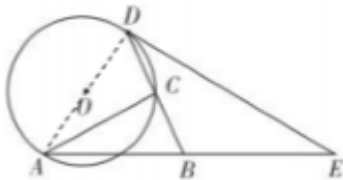
$$\therefore \angle ADC+\angle BDE=90^\circ$$

$$\because \angle ADC+\angle CAD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE=\angle CAD$$

$$\therefore \angle CAB=\angle BDE$$

(2)30



20.(本题 9 分)

2020 年 5 月 12 日, 习近平总书记在太原考察时指出, 治理汾河, 不仅关系山西生态环境保护和经济发展, 也关系太原乃至山西历史文化遗产. 自 1998 年开始, 汾河太原段经过三期治理和美化, 形成了全长 32.5 公里的汾河公园. 已知太原汾河公园一期工程长 6 公里, 二期工程总长比三期工程的 2 倍少 9.5 公里

(1) 太原汾河公园二期、三期工程的长分别是多少公里?

(2) 为满足游客乘船游览汾河的需求, 汾河公园管理部门计划新购进 A, B 两种游船共 20 条, 其中 A 种游船的数量不少于 B 种游船的 $\frac{2}{3}$. 已知 A, B 两种游船的价格如下表所示. 请问购买 A, B 两种游船各多少条时, 可使购船的总费用最少?



型号	A	B
价格	8000 元/条	6000 元/条

【答案】 14.5, 12; 8、12;

【考点】 方程与一次函数及不等式结合应用

【解析】 (1) 设太原汾河公园三期工程的长是 x 公里, 则二期工程长是 $(2x-9.5)$ 公里
根据题意, 得 $6+(2x-9.5)+x=32.5$

解, 得 $x=12$

$$2x-9.5=14.5(\text{公里})$$

答: 太原汾河公园二期、三期工程的长分别是 14.5 公里和 12 公里

(2) 设购买 A 种游船 m 条, 则购买 B 种游船 $(20-m)$ 条, 购船的总费用为 y 元

根据题意, 得 $y=8000m+6000(20-m)$

整理, 得 $y=2000m+120000$

可知, y 是 m 的一次函数, 因为 $k=2000 > 0$ 所以, y 随 m 的增大而增大.

根据题意, $m \geq \frac{2}{3}(20-m)$

解, 得 $m \geq 8$

所以 m 最小值为 8

所以, 当 $m=8$ 时, y 有最小值, 此时 $20-m=20-8=12$ (条)

答: 购买 A 种游船 8 条, B 种游船 12 条时, 购船总费用最少

21. (本题 8 分)

阅读材料, 完成下列任务:

部分分式分解

我们知道, 将一个多项式转化成若干整式的积的形式, 叫做分解因式. 分解因式的结果中, 每一个因式的次数都低于原来多项式的次数, 而有一些特殊的分式可以分解成若干分式的和的形式, 我们称之为部分分式分解.

例如: 将 $\frac{6}{x^2-9}$ 部分分式分解的方法如下:

因为 $x^2-9=(x+3)(x-3)$,

所以设 $\frac{6}{x^2-9} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-3}$.

任务去分母, 得 $6 = A(x-3) + B(x+3)$.

(1) 将 $\frac{8}{x^2-4x}$ 部分分式分解;
整理, 得 $8 = (A+B)x + 3(B-A)$.

(2) 已知 $\frac{x}{(x+2)(x-1)}$ 部分分式分解的结果是 $\frac{M}{x+2} + \frac{N}{x-1}$, 则 $M+N$ 的值为_____.

所以 $\begin{cases} A+B=0 \\ 3(B-A)=6 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} B=1 \\ A=-1 \end{cases}$

【答案】(1) $6 \frac{8}{x^2-4x} = \frac{2}{x} - \frac{2}{x-4}$ 即 $\frac{6}{x^2-9} = \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x-3}$

【考点】因式分解, 分式的解法; 二元一次方程的解法

显然, 部分分式分解的结果中, 各分母的次数都低于原分式分母的次数.

【解析】解: (1) 将 $\frac{8}{x^2-4x}$ 部分分式分解的方法如下:

因为 $x^2-4x=x(x-4)$,

所以设 $\frac{8}{x^2-4x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-4}$.

去分母, 得 $8 = A(x-4) + Bx$.

整理, 得 $8 = (A+B)x + 4A$.

所以 $\begin{cases} A+B=0 \\ -4A=8 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} A=-2 \\ B=2 \end{cases}$

所以, $\frac{8}{x^2-4x} = \frac{-2}{x} + \frac{2}{x-4}$ 即 $\frac{8}{x^2-4x} = \frac{2}{x-4} - \frac{2}{x}$

(2) 1

22. (本题 12 分)

综合与实践

问题情景: $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, $AD \perp BC$ 于点 D , 点 E 是射线 AD 上的一个动点(不与点 A 重合). 将线段 AE 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到线段 AF , 连接 CF 交线段 AB 于点 G , 交 AD 于点 H , 连接 EG .

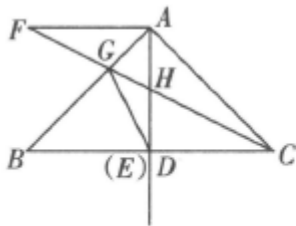


图1

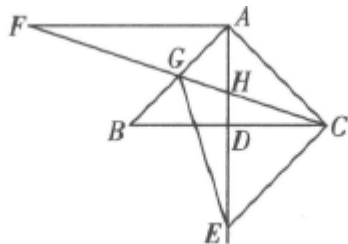


图2

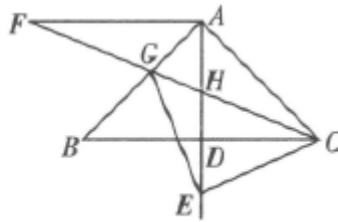


图3

特例分析:

(1) 如图 1, 当点 E 与点 D 重合时, “智敏” 小组提出如下问题, 请你解答:

① 求证: $AF=CD$;

② 用等式表示线段 CG 与 EG 之间的数量关系为 _____;

拓展探究:

(2) 如图 2, 当点 E 在线段 AD 的延长线上, 且 $DE=AD$ 时, “博睿” 小组发现 $CF=2EG$. 请你证明;

(3) 如图 3, 当点 E 在线段 AD 的延长线上, 且 $AE=AB$ 时, $\frac{CF}{EG}$ 的值为 _____;

推广应用:

(4) 当点 E 在射线 AD 上运动时, 若 $\frac{AE}{AD} = \frac{m}{n}$, 则 $\frac{CF}{EG}$ 的值为 _____. (用含 m, n 的式子表示)

【考点】 等腰直角三角形的性质; 旋转的性质

【解析】 (1) ① 证明: \because 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD \perp BC$,

$$\therefore BD = CD = \frac{1}{2} BC$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ, BD = CD,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2} BC = CD.$$

\because 点 E 与 D 重合, $\therefore AE = AD = CD$

\because AE 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到线段 AF ,

$$\therefore AF = AE, AF = CD$$

② $CG=2EG$;

(2) 证明: 由 (1) 得 $\therefore AD = \frac{1}{2} BC = BD = CD$

$\because AD = DE,$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AE, \therefore BC = AE$$

\because AE 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到线段 AF,

$$\therefore AF = AE, \angle FAE = 90^\circ$$

$$\therefore AF = BC$$

$$\therefore AD \perp BC$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ, \therefore \angle ADC = \angle FAE, \therefore AF \parallel BC.$$

连接 FB, \therefore 四边形 AFBC 是平行四边形,

$$\therefore FG = CG = \frac{1}{2}FC, \text{即 } \therefore CF = 2FG$$

$$\because AB = AC, AD \perp BC, \angle BAC = 90^\circ, \therefore \angle BAD = \frac{1}{2}\angle BAC = 45^\circ,$$

$$\because \angle FAE = 90^\circ, \therefore \angle FAG = \angle FAE - \angle BAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FAG = \angle EAG$$

$$\therefore AG = AG, \therefore \triangle FAG \cong \triangle EAG$$

$$\therefore FG = EG, CF = 2EG$$

$$(3) \sqrt{2} + 1$$

$$(4) \frac{m+2n}{m}$$

23. (本题 13 分)

综合与探究

如图 1, 抛物线 $y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{9}{4}x - 6$ 与 x 轴交于 A, B 两点(点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 C,

连接 AC, BC, 点 P 是 BC 的中点, 作射线 OP. 请解答下列问题:

(1) 求 A, B, C 三点的坐标, 并直接写出射线 OP 的表达式;

(2) 如图 2, 将 $\triangle ABC$ 从图 1 的位置开始沿 x 轴向右平移, 得到 $\triangle A'B'C'$, 点 A, B, C 的对应点依次为 A', B', C' , 线段 $A'C'$ 与线段 BC 交于点 D, 线段 $B'C'$ 与射线 OP 交于点 E, 射线 CC' 与射线 OP 交于点 F. 设 $\triangle ABC$ 平移的距离为 $m (0 < m < 8)$.

① 求线段 $C'E$ 的长(用含 m 的式子表示);

② 当 $\triangle C'DE$ 的面积为 $\frac{9}{4}$ 时, 求 m 的值并判断点 C' 是否在抛物线上;

③ 在 $\triangle ABC$ 平移的过程中, 是否存在 m 使 $\triangle C'DE$ 为直角三角形? 若存在, 直接写出 m 的值;

若不存在，说明理由。

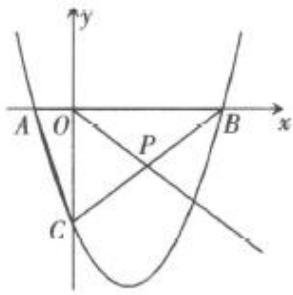


图1

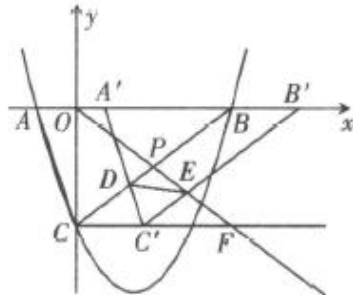
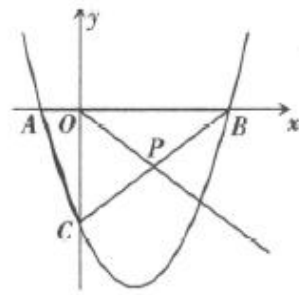


图2



备用图

【考点】二次函数综合运用；直角三角形存在性问题

【解析】解：(1) 在 $y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{9}{4}x - 6$ 中，

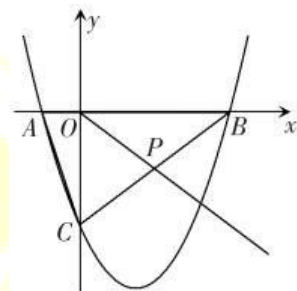
当 $x=0$ 时， $y=-6$ ， \therefore 点 $C(0, -6)$

当 $y=0$ 时， $0 = \frac{3}{8}x^2 - \frac{9}{4}x - 6$ 。

解，得 $x_1=8$ ， $x_2=-2$ ，

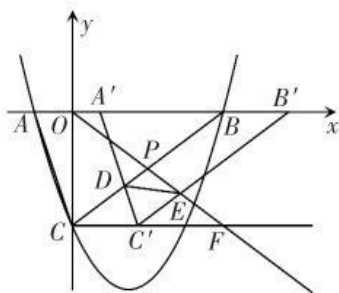
因为点 A 在点 B 的左侧，
所以 $A(-2, 0)$ ， $B(8, 0)$

射线 OP 的表达式为 $y = -\frac{3}{4}x (x > 0)$



【说明】没有写出射线OP表达式中自变量 x 的取值范围的，不必扣分。

(2) ① $\triangle ABC$ 从点 $A(-2, 0)$ 开始沿 x 轴向右平移 m 个单位得到 $\triangle A'B'C'$ ，



$\therefore AA'=BB'=CC'=m$ ， $CC' \parallel x$ 轴， $B'C' \parallel BC$ 。

\therefore 点 F 是射线 OP 与 CC' 的交点，

\therefore 点 F 的坐标为 $(x, -6)$ 。

代入 $y = -\frac{3}{4}x$ ，得 $-6 = -\frac{3}{4}x$ ， $x=8$

\therefore 点 $F(8, -6)$ 。 $\therefore C'F=8-m$

整理，得 $m^2 - 8m + 12 = 0$

解得 $m_1 = 2$ $m_2 = 6$

$\because CC' \parallel x$ 轴， $CC' = m$ ， $\therefore C'$ 的坐标为 $(m, -6)$.

当 $m = 2$ 时，点 C 的坐标为 $(2, -6)$.

将 $x = 2$ 代入抛物线表达式，得 $y = \frac{3}{8} \times 2^2 - \frac{9}{4} \times 2 - 6 \neq -6$

\therefore 此时点 C' $(2, -6)$ 不在抛物线上.

当 $m = 6$ 时，点 C 的坐标为 $(6, -6)$.

将 $x = 6$ 代入抛物线表达式，得 $y = \frac{3}{8} \times 6^2 - \frac{9}{4} \times 6 - 6 = -6$

\therefore 此时点 C' $(6, -6)$ 在抛物线上

$$\textcircled{3} m_1 = \frac{40}{21}, m_2 = \frac{200}{33}$$

【说明】 以上各解答题的其他解法，请参照此标准评分.