

太原师院附 2019~2020 学年初二数学

(10 月月考)

一. 选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. 下列各数是无理数的是 ()

A. 0

B. π

C. $\sqrt[3]{8}$

D. $-\frac{1}{7}$

【答案】 B

【考点】 无理数定义

【解析】 $\sqrt[3]{8} = 2$

2. 满足下列条件的 $\triangle ABC$, 不是直角三角形的是 ()

A. $b^2 - c^2 = a^2$

B. $a : b : c = 3 : 4 : 5$

C. $\angle A : \angle B : \angle C = 9 : 12 : 15$

D. $\angle C = \angle A - \angle B$

【答案】 C

【考点】 直角三角形判定, 勾股定理逆定理

【解析】 解: A, B 为勾股定理逆定理; D, $\angle C = \angle A - \angle B$ 及三角形内角和可以求出 $\angle A = 90^\circ$.

3. 下列运算正确的是 ()

A. $\sqrt[3]{27} = 3$

B. $\sqrt{3} + \sqrt{7} = \sqrt{10}$

C. $\sqrt{(-2)^2} = \pm 2$

D. $\sqrt{-\frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$

【答案】 A

【考点】 实数平方根, 算术平方根及立方根判断

【解析】 解: A. 此选项正确; B. $\sqrt{3} + \sqrt{7} \neq \sqrt{10}$; C. 考察算术平方根结果只有正数;

D. \sqrt{a} ($a \geq 0$) 所以错误.

4. 如果三角形的三边为 5, m , n 满足 $(m+n) \cdot (m-n) = 25$, 那么这个三角形是 ()

- A. 钝角三角形 B. 锐角三角形 C. 直角三角形 D. 不能确定

【答案】 C

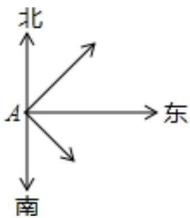
【考点】 勾股定理逆定理, 平方差公式

【解析】 $(m+n) \cdot (m-n) = 25$ 整理得 $m^2 - n^2 = 25$, 可知 $(5)^2 + n^2 = m^2$ 所以三角形为直角三角形.

5. 已知, 如图, 一轮船以 20 海里/时的速度以港口 A 出发向东北方向航行, 另一轮船以 15

海里/时的速度同时向港口 A 出发向东南方向航行, 则 2 小时后, 两船相距 ()

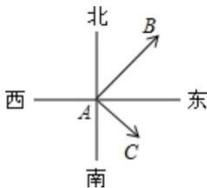
- A. 35 海里 B. 40 海里 C. 45 海里 D. 50 海里



【答案】 D

【考点】 勾股定理

【解析】 两船行驶的方向是东北方向和东南方向, 则 $\angle BAC = 90^\circ$,



两小时后, 两艘船分别行驶了 $20 \times 2 = 40$ 海里, $15 \times 2 = 30$ 海里, 根据勾股定理得:

$$\sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ (海里)} .$$

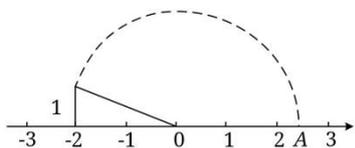
6、如图，在数轴上点 A 表示的实数是 ()

A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$

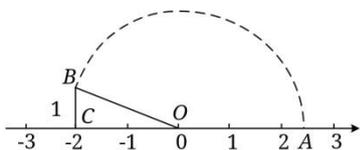
D. $\sqrt{5}$



【答案】 D

【考点】 数轴和勾股定理

【解析】



点 A、B 为 $\odot O$ 上的点，则 $OB=OA$ ，又因为在 $Rt\triangle OBC$ 中， $OB=\sqrt{BC^2+OC^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$ ，所以 $OA=\sqrt{5}$ ，所以点表示的实数是 $\sqrt{5}$ 。

7、 a, b 是两个连续整数，若 $a < \sqrt{11} < b$ ，则 $a+b$ 的值是 ()

A. 7

B. 9

C. 21

D. 25

【答案】 A

【考点】 数轴和勾股定理

【解析】 由于 $3 < \sqrt{11} < 4$ ，则 $a=3$ ， $b=4$ ，则 $a+b=7$

8、定义运算 “@” 的运算法则为： $x@y=\sqrt{xy+4}$ ，则 $(2@6)@6=$ (B)

A. 4

B. $2\sqrt{7}$

C. 6

D. 24

【答案】 B

【考点】 新定义运算法则

【解析】 由于 $2@6=\sqrt{2\times 6+4}=\sqrt{16}=4$ ，则 $(2@6)@6=\sqrt{4\times 6+4}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

9. 实数 a 、 b 在数轴上的位置如图所示, 则化简 $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt[3]{a^3}$ 的结果为 ()



A. $2a-b$

B. $b-2a$

C. b

D. $-b$

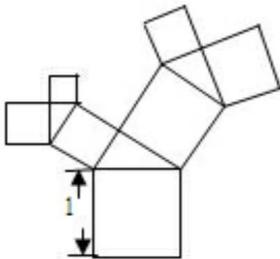
【答案】 C

【考点】 算术平方根和立方根的性质

【解析】 由题可知 $a < 0, b > 0$, 且 $|a| < |b|$, 所以 $a+b > 0$, 所以 $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt[3]{a^3} = b-a+a = b$

所以答案是 C

10. 有一个面积为 1 的正方形, 经过一次“生长”后, 在他的左右肩上生出两个小正方形, 其中, 三个正方形围成的三角形是直角三角形, 再经过一次“生长”后变成了如图所示, 如果继续“生长”下去, 它将变得“枝繁叶茂”, 请你算出“生长”了 2019 次后形成的图形中所有正方形的面积和是 ()



A. 1

B. 2018

C. 2019

D. 2020

【答案】 D

【考点】 勾股树

【解析】 由题可知, 根据勾股定理, 每次大正方形和生长得出的两个小正方形具有两小正方形

的面积之和等于大正方形面积，即两小正方形之和等于 1，又因为他的生长是依次，所有正方形的面积和应该是 $2020 \times 1 = 2020$ ，所以答案选 D.

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）.

11. 计算 $(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)$ 的结果是_____.

【答案】 -1

【考点】 二次根式的计算

【解析】 由题目这是一道二次根式的计算题目，该题目符合平方差公式，所以进行计算的时候

应该运用平方差公式， $(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2) = (\sqrt{3})^2 - 2^2 = 3 - 4 = -1$

12. 比较大小关系： $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ _____ 1.5. (填 ">" "=" 或 "<")

【答案】 >

【考点】 通过估算比较大小.

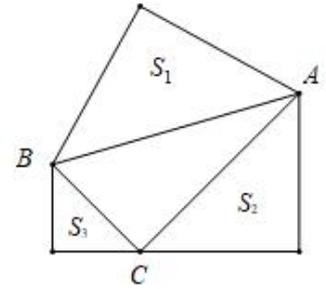
【解析】 由题可知， $1.5 = \frac{3}{2}$ ，所以该题目其实是同分母比较大小，只需比较分子 $\sqrt{5}+1$ 和 3 的

大小关系。我们通过 $\sqrt{4} = 2$ 以及 $\sqrt{9} = 3$ 可以推测出 $\sqrt{5}$ 大致在 2 到 3 之间，那么 $\sqrt{5}+1$ 就大

致在 3 到 4 之间，所以 $\sqrt{5}+1$ 大于 3，所以 $\frac{\sqrt{5}+1}{2} > 1.5$.

13. 如图，以 $\triangle ABC$ 的三边为斜边，向外做等腰直角三角形，其面积分别是 S_1, S_2, S_3 ，且当

$S_1=25, S_2=16$ ，当 $S_3=_____$ 时， $\angle ACB=90^\circ$



【答案】 9

【考点】 勾股树, 勾股定理

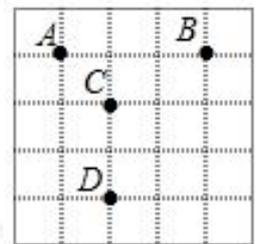
【解析】 解: 设面积为 S_1, S_2, S_3 的等腰直角三角形的直角边长分别是 a, b, c ,

则 $S_1 = \frac{1}{2}a^2, S_2 = \frac{1}{2}b^2, S_3 = \frac{1}{2}c^2$, 若 $\angle ACB = 90^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 根据勾股

定理可得 $AC^2 + BC^2 = AB^2$, 又 $\because AB^2 = 2a^2, BC^2 = 2c^2, AC^2 = 2b^2, \therefore 2b^2 + 2c^2 = 2a^2$, 即

$b^2 + c^2 = a^2, \therefore \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}c^2 = \frac{1}{2}a^2$, 即 $S_2 + S_3 = S_1$, 又 $\because S_1 = 25, S_2 = 16, \therefore S_3 = 9$

14. 如图, 在 5×5 的边长为 1 的小正方形组成的网格中, 格点上有 A, B, C, D 四个点, 连接两个点所成线段的长度大于 3 且小于 4, 则可以连接_____。(只写一个答案)



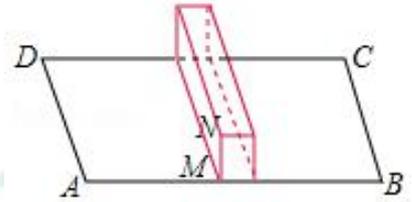
【答案】 AD (或 BD)

【考点】 格点图形, 勾股定理

【解析】 $AD = \sqrt{10}, BD = \sqrt{13}, 3 < \sqrt{10} < 4, 3 < \sqrt{13} < 4$

14. 如图, $ABCD$ 是长方形地面, 长 $AB = 10m$, 宽 $AD = 5m$, 中间竖有一堵砖墙高 $MN = 1m$.

一只蚂蚁从点 A 爬到点 C , 它必须翻过中间那堵墙, 则它至少要走_____ m .



【答案】 13

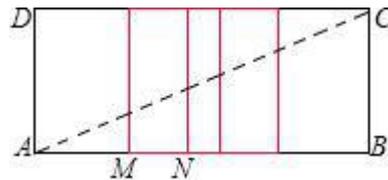
【考点】 最短路径问题

【解析】 连接 AC，利用勾股定理求出 AC 的长，再把中间的墙平面展开，使原来的矩形长度增加而宽度不变，求出新矩形的对角线长，即可如图所示，

将图展开，图形长度增加 2MN，

原图长度增加 2 米，则 $AB=10+2=12m$ ，

连接 AC，



∵ 四边形 ABCD 是长方形， $AB=12m$ ，宽 $AD=5m$ ，

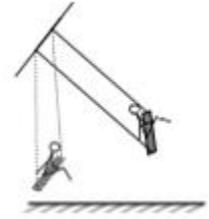
$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13m,$$

∴ 蚂蚱从 A 点爬到 C 点，它至少要走 13m 的路程。

15. 在《算法统宗》中有一道“荡秋千”的问题：“平地秋千未起，踏板一尺离地。送行二步与人齐，五尺人高曾记。仕女佳人争蹴，终朝笑语欢嬉。良工高士素好奇，算出索长有几？”

译文：“有一架秋千，当它静止时，踏板离地 1 尺，将它往前推送 10 尺（水平距离）时，秋千的踏板就和人一样高，这个人的身高为 5 尺，秋千的绳索始终拉得很直，试问绳索有多长？”。

若设绳索长为 x 尺，则可列的方程为_____。

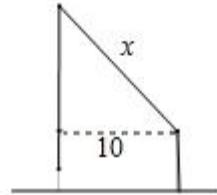


【答案】 $x^2 = 10^2 + (x - 4)^2$

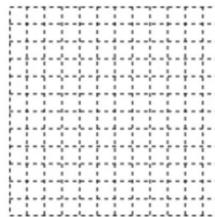
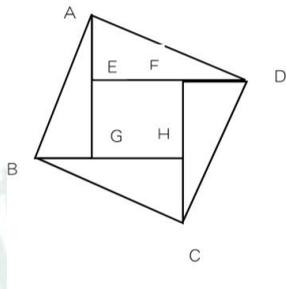
【考点】 勾股方程

【解析】 解：设绳索长为 x 尺，根据题意可列方程为：

$$x^2 = 10^2 + (x - 4)^2$$



17. 如图，以正方形 ABCD 的边为斜边，向内作四个全等的直角三角形，且四边形 EFGH 为正方形，这样的图形我们称为弦图。将正方形 ABCD 放入右边每个小正方形的边长为 1 的网格中，若正方形的四个顶点 ABCD 和四个直角顶点 EFGH 都是格点，我们把这样的图形称为格点弦图。问：当格点弦图中的正方形 ABCD 的边长为 5 时，正方形 EFGH 的面积的所有可能值是_____。



【答案】 1, 5

【考点】 赵爽弦图

【解析】 小正方形的面积 = (长直角边 - 短直角边)²

18. 计算

(1) $\sqrt{48} - \sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{12} + \sqrt{27}}{\sqrt{3}}$

(3) $(\sqrt{3} + 2\sqrt{6})^2$ (4) $(\sqrt{0.5} - 2\sqrt{\frac{1}{3}}) - (\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{75})$

【答案】 (1) $3\sqrt{3}$; (2) 5; (3) $27 + 12\sqrt{2}$; (4) $\frac{1}{4}\sqrt{2} + \frac{13}{3}\sqrt{3}$

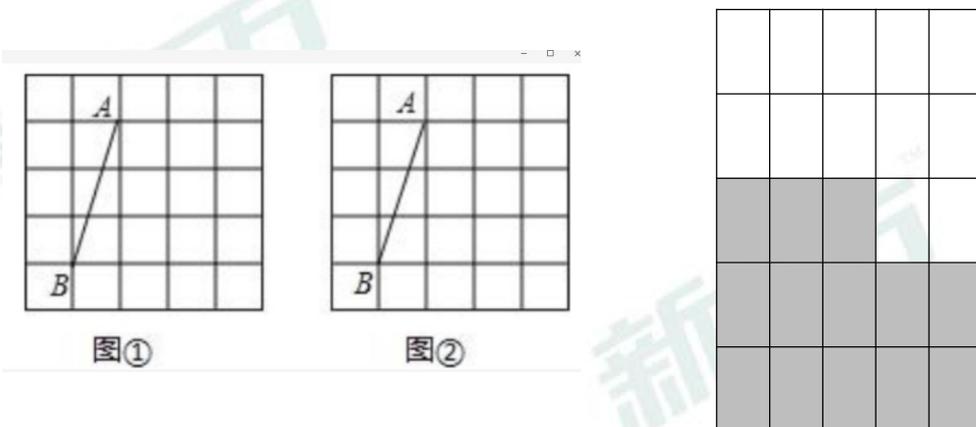
【考点】 二次根式计算

19. 如图，在 5×5 的正方形网格中，每个小正方形的边长均为 1，每个小正方形的顶点称为格点，线段 AB 的端点在格点上。

(1) 在图①中画出一个以 AB 为腰，面积为 3 的等腰三角形 ABC

(2) 在图②中画出一个以 AB 为底的等腰三角形 ABC，其面积为 ()

(3) 将图③中阴影部分的图形用 2 刀裁剪，然后拼成一个与其面积相等的正方形，在图中画出裁剪线（线段），并画出拼接好的正方形示意图及拼接线，且使正方形的顶点都在格点上

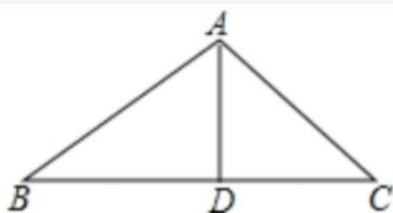


【答案】 (2) $\frac{5}{2}$

【考点】 勾股定理的应用

【解析】 画图求出三角形的边长然后求面积

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=10$, $AD=6$, $BD=8$, $AC=6\sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积

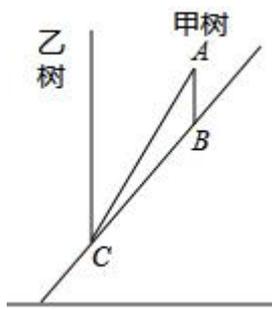


【答案】 42

【考点】 勾股定理

【解析】 根据勾股定理得 $DC^2 = AC^2 - AD^2$ 所以 $DC=6$, 三角形的面积 = $(8+6) \times 6 \div 2 = 42$

21. 由于大风, 山坡上的一棵树甲被从点 A 处拦腰折断, 如图, 树甲恰好落在另一棵树乙的根部 C 处, 已知 $AB=1$ 米, $BC=5$ 米, 已知两棵树的水平距离为 3 米, 请计算出这棵树原来的高度 (结果保留根号)



【答案】 $(1 + \sqrt{34})m$

【考点】 勾股定理的应用

【解析】 如图作 $CD \perp AB$ 交 AB 延长线于 D,

由题意知 $BC=5$, $CD=3$,

根据勾股定理得： $BD=4$,

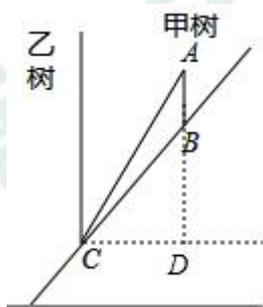
$\therefore AB=1$,

$\therefore AD=5$,

\therefore 根据勾股定理 $AC^2=AD^2+CD^2=3^2+5^2=34$

$\therefore AC=\sqrt{34}$

\therefore 这棵树原来的高度 $=AB+AC=(1+\sqrt{34})m$.



22.先计算下列各式:

$$\sqrt{1}=1, \quad \sqrt{1+3}=2, \quad \sqrt{1+3+5} = \quad , \quad \sqrt{1+3+5+7} = \quad , \quad \sqrt{1+3+5+7+9} = \quad \dots$$

(1)通过观察并归纳,请写出: $\sqrt{1+3+5+\dots+(2n-1)} =$

(2)计算: $\sqrt{2+6+10+14+\dots+98} =$

【答案】 3,4,5

(1) n ; (2) $25\sqrt{2}$

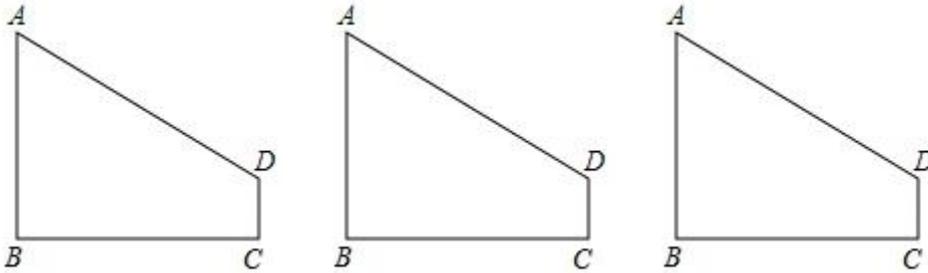
【考点】 算数平方根

【解析】 通过计算二次根式的值,找出其中规律进行计算。

23.如图, $AB \perp BC$, $DC \perp BC$, 垂足分别为 B、C, 设 $AB=4$, $DC=1$, $BC=4$ 。(提示: 长方形对边相等)

(1) 求线段 AD 的长

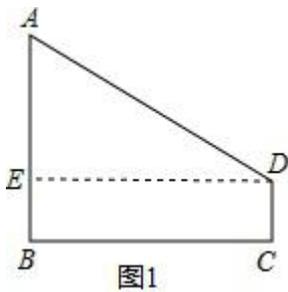
(2) 在线段 BC 上是否存在点 P, 使 $\triangle APD$ 是等腰三角形? 若存在, 求出线段 BP 的长; 若不存在, 请说明理由。



【答案】 (1) $AD=5$; (2) 3 或 $\frac{1}{8}$

【考点】 勾股定理; 等腰三角形存在性

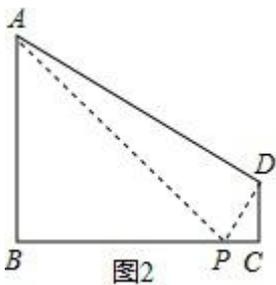
【解析】 如图 1, 过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E 点,



$AE=4-1=3$, $DE=BC=4$,

在 $Rt\triangle ADE$ 中, 根据勾股定理, $AD=5$.

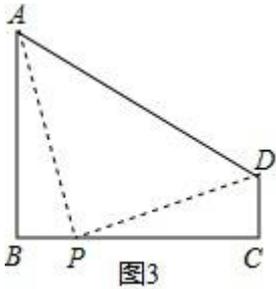
(2) 如图 2,



当 $AP=AD$ 时,

在 $Rt\triangle ABP$ 中, 由勾股定理 $BP=3$;

如图 3,



当 $PA=PD$ 时,

$$AB^2 + BP^2 = CD^2 + (BC - BP)^2, \text{ 即 } 4^2 + BP^2 = 1 + (4 - BP)^2,$$

$$\text{解得 } BP = \frac{1}{8}.$$