

太原师范学院附属中学 2019~2020 学年初三数学

(10 月月考)

一. 选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. 以下方程中, 一定是一元二次方程的是 ()

A. $2x+3y-6=0$

B. $2x^2=0$

C. $(m+1)x^2+3x+1=0$

D. $x^2-x(x-1)+4=0$

【答案】 B

【考点】 一元二次方程的认识

【解析】 一元二次方程的一般形式为 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$

2. 关于一元二次方程 $x^2+5=2\sqrt{5}x$ 根的情况描述正确的是 ()

A. 有两个相等的实数根

B. 没有实数根

C. 有两个不相等的实数根

D. 不能确定

【答案】 A

【考点】 根的判别式

【解析】 将方程转化成一般形式 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$, 即 $x^2-2\sqrt{5}x+5=0$, $\Delta = (-2\sqrt{5})^2-4 \times 1 \times 5=0$,

所以该方程有两个相等的实数根。

3. 已知 $x=1$ 是一元二次方程 $(m^2-1)x^2-mx+m^2=0$ 的一个根, 则 m 的值是 ()

A. $\frac{1}{2}$ 或 -1

B. $-\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$ 或 1

D. $\frac{1}{2}$

【答案】 B

【考点】 一元二次方程的定义与解

【解析】 解:依题意, 当 $x=-1$ 时, 原方程为 $m^2-1-m+m^2=0$,

解得 $m_1 = -\frac{1}{2}, m_2 = 1$

∵ 二次项系数 $m^2 - 1 \neq 0$, 即 $m \neq \pm 1$,

∴ $m = -\frac{1}{2}$

故选: B.

4. 下列每个选项中的两个图形一定相似的是 ()

- A. 任意两个矩形 B. 两个边长不等的正五边形
C. 任意两个平行四边形 D. 两个等腰三角形

【答案】 B

【考点】 相似图形

【解析】 相似的条件为所有边相等或所有角相等, 正五边形的角不发生变化, 符合条件。

5. 某超市一月份的营业额为 200 万元, 一月、二月、三月营业额共 1000 万元, 如果平均每月增长率为 x , 则根据题意列出的方程应为 ()

- A. $200(1+x)^2 = 1000$ B. $200+200 \times 2x = 1000$
C. $200+200 \times 3x = 1000$ D. $200[1+(1+x)+(1+x)^2] = 1000$

【答案】 D

【考点】 列一元二次方程

【解析】 解: “一月份的营业额为 200 万元, 平均每月增长率为 x ,

二月份的营业额为 $200 \times (1+x)$,

三月份的营业额为 $200 \times (1+x) \times (1+x) = 200 \times (1+x)^2$,

可列方程为 $200 + 200 \times (1+x) + 200 \times (1+x)^2 = 1000$, 即

$200[1+(1+x)+(1+x)^2] = 1000$ 。

6. 若关于 x 的一元二次方程 $-kx^2 - 4x + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 ()

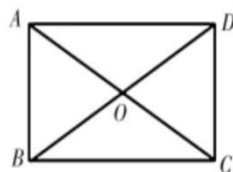
- A. $k > -2$ B. $k < -2$ C. $k < 2$ 且 $k \neq 0$ D. $k > -2$ 且 $k \neq 0$

【答案】D

【考点】根的判别式

【解析】由题意可知: $\Delta = 16 + 8k > 0$, 且 $k \neq 0$, $\therefore k > -2$ 且 $k \neq 0$.

7. 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线交于点 O , 若 $\angle BAO = 55^\circ$, 则 $\angle AOD =$ ()



- A. 110° B. 115° C. 120° D. 125°

【答案】A

【考点】矩形的性质

【解析】解: \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore OA = OB$.

$\therefore \angle BAO = \angle ABO = 55^\circ$.

$\therefore \angle AOD = \angle BAO + \angle ABO = 55^\circ + 55^\circ = 110^\circ$.

8. 一个不透明的袋子中装有色不同的 1 个红球和 3 个绿球, 从袋子中随机摸出一个小球, 记下颜色后, 不放回再随机摸出一个小球, 则两次摸出的小球恰好是一个红球和一个绿球的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{7}{16}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{8}$

【答案】A

【考点】概率

【解析】解: 画树状图为:



共有 12 种等可能的结果数，其中两次摸出的小球恰好是一个红球和一个绿球结果数为 6，所以两次摸出的小球恰好是一个红球和一个绿球的概率 = $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 。

9. 如图，用一根绳子检查一个书架的侧边是否和上、下底都垂直，只需要用绳子分别测量比较书架的两条对角线 AC，BD 就可以判断，其数学依据是（ ）



- A. 三个角都是直角的四边形是矩形
- B. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
- C. 对角线相等的平行四边形是矩形
- D. 对角线互相垂直平分的四边形是菱形

【答案】 C

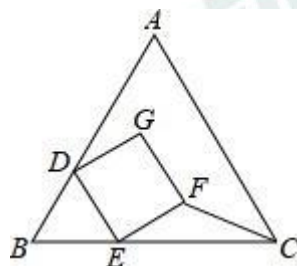
【考点】 四边形

【解析】 这种做法的依据是对角线相等的平行四边形是矩形。

10. 如图，等边 $\triangle ABC$ 与正方形 DEFG 重叠，其中 D、E 两点分别在 AB、BC 上，且 $BD=BE$ 。

若 $AB=6$ ， $DE=2$ ，则 $\triangle EFC$ 的面积为（ ）

- A. 1
- B. 2
- C. $2\sqrt{3}$
- D. 4



【答案】 B

【考点】 四边形

【解析】 解：过 F 作 $FQ \perp BC$ 于 Q，则 $\angle FQE = 90^\circ$ ，

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形， $AB = 6$ ，

$\therefore BC = AB = 6, \angle B = 60^\circ$ ，

$\because BD = BE, DE = 2$ ，

$\therefore \triangle BED$ 是等边三角形，且边长为 2，

$\therefore BE = DE = 2, \angle BED = 60^\circ$ ，

$\therefore CE = BC - BE = 4$ ，

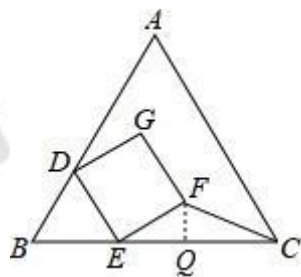
\because 四边形 DEFG 是正方形， $DE = 2$ ，

$\therefore EF = DE = 2, \angle DEF = 90^\circ$

$\therefore \angle FEC = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

$\therefore QF = \frac{1}{2}EF = 1$ ，

$\therefore \triangle EFC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times CE \times FQ = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2$



二、填空题（本题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

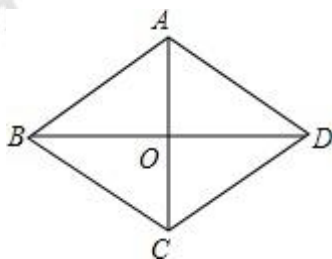
11. 一元二次方程 $(x+1)(x+3)=9$ 的一般形式是 _____，二次项系数为 _____，常数项为 _____.

【答案】 $x^2 + 4x - 6 = 0$ ； 1； -6

【考点】 一元二次方程概念

【解析】略

12. 如图，菱形 ABCD 的周长是 20，对角线 AC、BD 相交于点 O，若 $BO=3$ ，则菱形 ABCD 的面积为_____.



【答案】24

【考点】菱形的性质

【解析】略

13. 若 $\frac{a}{b} = \frac{11}{5}$ ，则 $\frac{a-b}{a+b}$ 的值是_____.

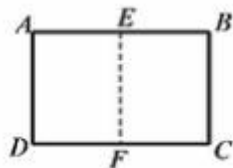
【答案】 $\frac{3}{8}$

【考点】比例

【解析】设 $a=11k$ ， $b=5k$

$$\text{则 } \frac{a-b}{a+b} = \frac{6k}{16k} = \frac{3}{8}$$

14. 如图，矩形纸片 ABCD 中， $AB > AD$ ，E、F 分别是 AB、DC 的中点，将矩形 ABCD 沿 EF 所在直线对折，若得到的两个小矩形都和矩形纸片 ABCD 相似，则用等式表示 AB 与 AD 的数量关系为_____.



【答案】 $AB = \sqrt{2} AD$

【考点】相似

【解析】由相似得 $\frac{AB}{AD} = \frac{AD}{AE}$, 故 $\frac{1}{2}AB^2 = AD^2$, 所以 $AB = \sqrt{2}AD$

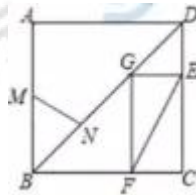
15. 利用复印机的缩放功能, 将原图中边长为 5cm 的一个等边三角形放大成边长为 20cm 的等边三角形, 则放大前后的两个三角形的面积比为_____.

【答案】1:16

【考点】相似的性质

【解析】略

16. 如图, 在正方形 ABCD 中, G 是对角线 BD 上的点, $GE \perp CD$, $GF \perp BC$, E、F 分别是垂足, 连结 EF, 设 M、N 分别是 AB、BG 的中点, $EF=5$, 则 MN 的长为_____.



【答案】 $\frac{5}{2}$

【考点】正方形的性质、三角形中位线定理、全等

【解析】连接 CG、AG

由题可知四边形 GFCE 是矩形,

所以 $CG = EF = 5$,

由 $BA = BC$, $\angle ABG = \angle CBG = 45^\circ$, $BG = BG$ 得 $\triangle ABG = \triangle CBG$,

所以 $AG = CG = 5$,

因为 M、N 分别是 AB、BG 的中点,

所以 $MN = \frac{1}{2}AG = \frac{5}{2}$

三, 解答题 (本大题含 7 个小题, 共 52 分)

17. (本题 12 分) 用恰当的方法解下列一元二次方程:

(1) $x^2 + 4x + 3 = 0$

(2) $\frac{1}{2}x^2 + x = 2$

(3) $2x^2 - 1 = 5x$

(4) $x(x-3) = 2x-6$

【答案】(1) $x_1 = -3, x_2 = -1$

(2) $x_1 = \sqrt{5} - 1, x_2 = -\sqrt{5} - 1$

(3) $x_1 = \frac{5 + \sqrt{33}}{4}, x_2 = \frac{5 - \sqrt{33}}{4}$

(4) $x_1 = 3, x_2 = 2$

【考点】解一元二次方程

【解析】略

18. (本题 6 分) 小明一家将于 1 月 1 日进行自驾游, 由于交通便利, 准备将行程分为上午和下午. 上午的备选地点为: A-鼋头渚、B-常州淹城春秋乐园、C-苏州乐园, 下午的备选地点为: D-常州恐龙园、E-无锡动物园.

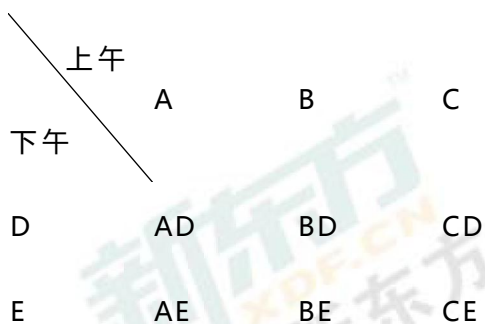
(1) 请用画树状图或列表的方法分析并写出小明家所有可能的游玩方式 (用字母表示即可);

(2) 求小明家恰好在同一城市游玩的概率.

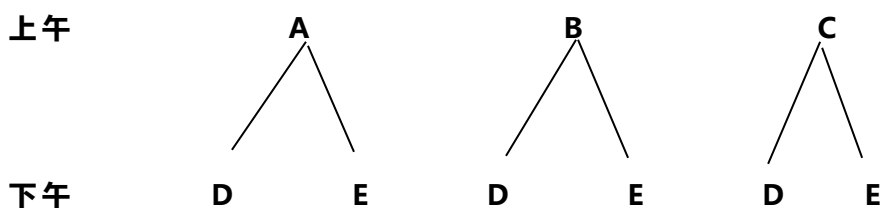
【答案】(1) 见解析 (2) $\frac{1}{3}$

【考点】列表法与树状图法

【解析】解: (1) 列表如下:



或树状图:



∴小明家所有可能选择游玩的方式有: (A,D), (A,E), (B,D), (B,E), (C,D), (C,E);

(2) 小明家恰好在同一城市游玩的可能有 (A,E), (B,D) 两种,

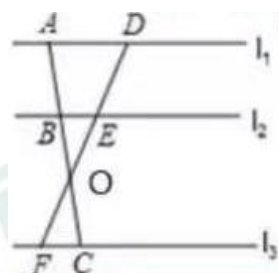
∴小明家恰好在同一城市游玩的概率 = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

19. (本题 6 分)

如图, 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 直线 AC 分别交 l_1, l_2, l_3 于点 A, B, C, 直线 DF 分别交 l_1, l_2, l_3 于点 D, E, F, 已知 AC 与 DF 交于点 O, 已知 DE=3, EF=6, AB=4.

(1) 求 AC 的长;

(2) 若 OE:OF=1:3, 求 OB:AB.



【答案】(1) 12 (2) $OB:AB=1:2$

【考点】平行线分线段成比例定理

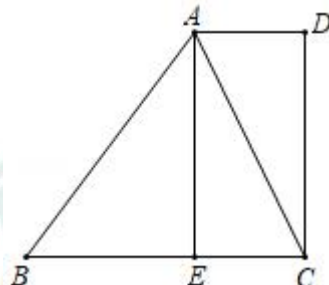
【解析】(1) 略

$$\begin{aligned} (2) \text{ 由 } \frac{DE}{EF} = \frac{1}{2}, \text{ 得 } \frac{AB}{BC} &= \frac{1}{2} \\ \therefore BC &= 8 \\ \therefore OE:OF &= 1:3 \\ \therefore OB:OC &= 1:3 \\ \therefore OB &= 2 \\ \therefore OB:AB &= 1:2 \end{aligned}$$

20. (本题 9 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle D = 90^\circ$, E 为边 BC 上一点, 且 $EC = AD$, 连结 AC .

(1) 求证: 四边形 $AECD$ 是矩形;

(2) 若 AC 平分 $\angle DAB$, $AB = 5$, $EC = 2$, 求 AE 的长,



【答案】(1) 见解析 (2) 4

【考点】矩形、勾股定理

【解析】(1) 证明：∵ $AD \parallel BC$, $EC = AD$,

∴ 四边形 $AECD$ 是平行四边形.

又∵ $\angle D = 90^\circ$,

∴ 四边形 $AECD$ 是矩形.

(2) ∵ AC 平分 $\angle DAB$.

∴ $\angle BAC = \angle DAC$.

∵ $AD \parallel BC$,

∴ $\angle DAC = \angle ACB$.

∴ $\angle BAC = \angle ACB$.

∴ $BA = BC = 5$.

∵ $EC = 2$,

∴ $BE = 3$.

∴ 在 $Rt\triangle ABE$ 中, $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

21. (本题 6 分)

【问题原型】如图, 平行四边形 $ABCD$ 中对角线 AC 的垂直平分线交 AD 于点 F , 交 BC 于点 E , 交 AC 于点 O .

求证: 四边形 $AECF$ 是菱形.

【小海的证法】证明: ∵ EF 是 AC 的垂直平分线

∴ $OA = OC$, (第一步)

$OE = OF$, (第二步)

$EF \perp AC$, (第三步)

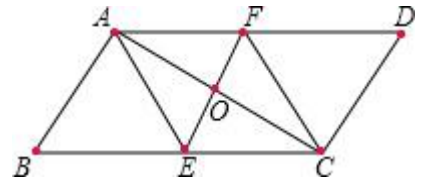
四边形 AECF 是平行四边形. (第四步)

\therefore 四边形 AECF 是菱形 (第五步)

【老师评析】小海利用对角线互相平分证明了四边形 AECF 是平行四边形, 再利用对角线互相垂直证明它是菱形, 可惜有一步错了

【挑错改错】(1)小海的证明过程在第_____步上开始出现了错误;

(2)请你根据小海的证题思路写出此题的正确解答过程.



【答案】(1) 2

(2) 见解析

【考点】特殊平行四边形的证明

【解析】 \because 四边形 ABCD 是平行四边形

$\therefore AD \parallel BC$

$\therefore \angle FAC = \angle ECA$

$\therefore EF$ 是 AC 垂直平分线

$\therefore EF \perp AC, OA = OC, \angle FAC = \angle ECA, \angle AOF = \angle COE$

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COE$

$\therefore EO = FO, \text{且 } AO = CO$

\therefore 四边形 AECF 是平行四边形

$\therefore EF \perp AC$

\therefore 四边形 AECF 是菱形

22. (本题 6 分) 一商品销售某种商品, 平均每天可售出 20 件, 每件盈利 50 元, 为了扩大销售, 增加盈利, 该店采取了降价措施, 在每件盈利不少于 25 元的前提下, 经过一段时间销售, 发现销售单价每降低 1 元, 平均每天可多售出 2 件.

- (1) 若每件商品降价 2 元, 则平均每天可售出____件;
- (2) 当每件商品降价多少元时, 该商品每天的销售利润为 1600 元?

【答案】 (1) 24 (2) 10 元

【考点】 一元二次方程应用

【解析】 (1) 由题意, 得

若每件商品降价 2 元, 则平均每天可售出件数为 $20+2\times 2=24$ (件)

(2) 设当每件商品降价 x 元时, 该商品每天的销售利润为 1600 元, 由题意, 得

$$(20+2x)(50-x)=1600$$

$$-2x^2+80x+1000=1600$$

$$x^2-40x+300=0$$

$$(x-10)(x-30)=0$$

$$\therefore x_1=10, x_2=30$$

\therefore 当 $x=30$ 时, $50-x=50-30=20 < 25$

$\therefore x=30$ 不合题意舍去

答: 当每件商品降价 10 元时, 该商品每天的销售利润为 1600 元

故答案是: 24

23. (本题 7 分)

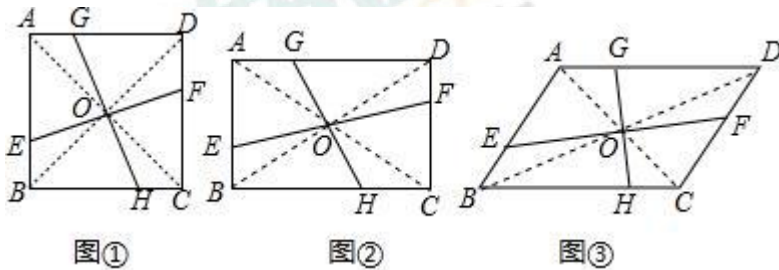
在四边形 ABCD 中, 对角线 AC、BD 相交于点 O, 过点 O 的两条直线分别交边 AB、CD、AD、BC 于点 E、

F、G、H.

【感知】如图①, 若四边形 ABCD 是正方形, 且 $AG=BE=CH=DF$, 则 $S_{\text{四边形 AEOG}} = \underline{\hspace{1cm}}$ $S_{\text{正方形 ABCD}}$;

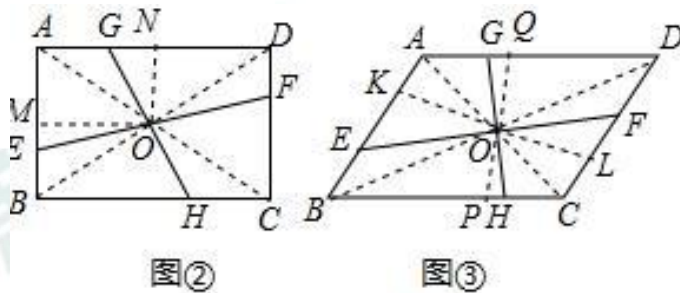
【拓展】如图②, 若四边形 ABCD 是矩形, 且 $S_{\text{四边形 AEOG}} = 14S_{\text{矩形 ABCD}}$, 设 $AB=a, AD=b, BE=m$, 求 AG 的长 (用含 a、b、m 的代数式表示);

【探究】如图③, 若四边形 ABCD 是平行四边形, 且 $AB=3, AD=5, BE=1$, 试确定 F、G、H 的位置, 使直线 EF、GH 把四边形 ABCD 的面积四等分.



【答案】略

【考点】特殊平行四边形的性质



【解析】

【感知】如图①,

\because 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore \angle OAG = \angle OBE = 45^\circ, OA = OB,$

在 $\triangle AOG$ 与 $\triangle BOE$ 中, $AG = BE, \angle AOG = \angle BOE, AO = BO,$

$$\therefore \triangle AOG \cong \triangle BOE,$$

$$\therefore S_{\text{四边形} AEOG} = S_{\triangle AOB} = 14S_{\text{正方形} ABCD};$$

故答案为：14；

【拓展】如图②，过 O 作 $ON \perp AD$ 于 N， $OM \perp AB$ 于 M，

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} S_{\text{矩形} ABCD}, S_{\text{四边形} AEOG} = \frac{1}{4} S_{\text{矩形} ABCD},$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\text{四边形} AEOG},$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle BOE} + S_{\triangle AOE}, S_{\text{四边形} AEOG} = S_{\triangle AOG} + S_{\triangle AOE},$$

$$\therefore S_{\triangle BOE} = S_{\triangle AOG},$$

$$\therefore S_{\triangle BOE} = \frac{1}{2} BE \cdot OM = \frac{1}{2} m \cdot \frac{1}{2} b = \frac{1}{4} mb, S_{\triangle AOG} = \frac{1}{2} AG \cdot ON = \frac{1}{2} AG \cdot \frac{1}{2} a = \frac{1}{4} AG \cdot a,$$

$$\therefore \frac{1}{4} mb = \frac{1}{4} AG \cdot a,$$

$$\therefore AG = \frac{mb}{a};$$

【探究】如图③，过 O 作 $KL \perp AB$ ， $PQ \perp AD$ ，

则 $KL = 2OK$ ， $PQ = 2OQ$ ，

$$\therefore \frac{1}{4} S_{\text{平行四边形} ABCD} = AB \cdot KL = AD \cdot PQ,$$

$$\therefore 3 \times 2OK = 5 \times 2OQ,$$

$$\therefore \frac{OK}{OQ} = \frac{5}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} S_{\text{平行四边形} ABCD} = \frac{1}{4} S_{\text{平行四边形} ABCD},$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\text{四边形} AEOG},$$

$$\therefore S_{\triangle BOE} = S_{\triangle AOG},$$

$$\therefore S_{\triangle BOE} = \frac{1}{2} BE \cdot OK = \frac{1}{2} \times 1 \times OK, S_{\triangle AOG} = \frac{1}{2} AG \cdot OQ,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 1 \times OK = \frac{1}{2} AG \cdot OQ, \therefore \frac{OK}{OQ} = AG = \frac{3}{5},$$

\therefore 当 $AG=CH=\frac{3}{5}$, $BE=DF=1$ 时, 直线 EF 、 GH 把四边形 $ABCD$ 的面积四等分。

新东方
XDF.CN
太原新东方

新东方
XDF.CN
太原新东方

新东方
XDF.CN
太原新东方

新东方
XDF.CN
太原新东方

新东方
XDF.CN
太原新东方

新东方
XDF.CN
太原新东方