2019~2020 年太原市志达中学校九年级第一学期

(10 月调研)

一．选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1．若关于 x 的一元二次方程 $(3m+6)x^2+m^2-4=0$ 的常数项为 0，则 m 的值为（　　）

A. 0　　　　B. -2 或 2　　　　C. 2　　　　D. -2

【答案】C

【考点】一元二次方程的基本概念

【解析】略

2．根据下表确定关于 x 的方程 $x^2+4x+c=0$ 的解的取值范围是（　　）

x	-7	-6	-5	…	1	2	3
x^2+4x+c	12	3	-4	…	-4	3	12

A. $-7<x<-6$ 或 $1<x<2$　　　　B. $-6<x<-5$ 或 $1<x<2$

C. $-7<x<-6$ 或 $2<x<3$　　　　D. $-6<x<-5$ 或 $2<x<3$

【答案】B

【考点】一元二次方程解的估算

【解析】略

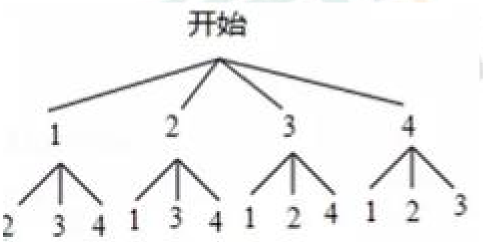
3．四张背面相同的扑克牌，分别为红桃 1,2,3,4，背面朝上，先从中抽取一张把抽到的点数记为 a，再在剩余的扑克中抽取一张点数记为 b，则点（a，b）在直线 y=x+1 上方的概率是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　　　B. $\frac{1}{3}$　　　　C. $\frac{1}{4}$　　　　D. $\frac{1}{6}$

【答案】C

【考点】概率

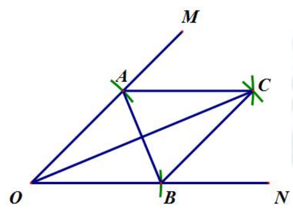
【解析】画树状图得：



由树状图可知：一共有 12 种等可能的结果，其中点（a,b）在直线 y=x+1 上方的有三种结果，

所以点（a,b）在直线 y=x+1 上方的概率为 $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$。

4. 如图，在∠MON 的两边上分别截取 OA、OB，使 OA=OB；分别以 A、B 为圆心，OA 长为半径作弧，两弧交于点 C；连接 AC、BC、AB、OC。若 AB=2cm，四边形 OACB 的面积为 4 cm^2，则 OC 的长为（　　）cm



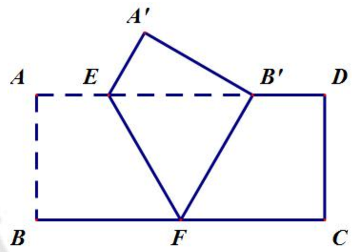
A. 2　　　　B. 3　　　　C. 4　　　　D. 5

【答案】C

【考点】菱形的面积

【解析】**略**

5. 如图，把矩形 ABCD 沿 EF 翻折，点 B 恰好落在 AD 边的 B'处，若 AE=2，DE=6，∠EFB=60°，则矩形 ABCD 的面积是（　　）



A. 12　　B. 24　　C. $12\sqrt{3}$　　D. $16\sqrt{3}$

【答案】D

【考点】矩形的折叠

【解析】略

6．若关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 满足 $a-b+c=0$，则方程的解（　　）

A．必有两个相等的实根　　B．必有一根为 1

C．必有一根为 $\frac{c}{a}$　　D．必有一根为-1

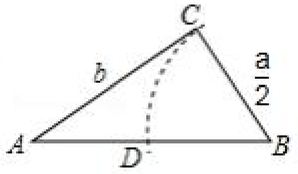
【答案】D

【考点】一元二次方程的根

【解析】略

7．欧几里得是古希腊数学家，所著的《几何原本》闻名于世．在《几何原本》中，形如 $x^2+ax=b^2$ 的方程的图解法是：如图，以 $\frac{a}{2}$ 和 b 为直角边作 $Rt\Delta ABC$，再在斜边上截取 $BD=\frac{a}{2}$，则图中哪条线段的长是方程 $x^2+ax=b^2$ 的解？答：是(　　)

A． AD　　B． AC　　C． AB　　D． BC



【答案】A

【考点】解一元二次方程配方法

【解析】解：$\because x^2+ax=b^2$，

$\therefore x^2+ax+\left(\frac{a}{2}\right)^2=b^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2$，即 $\left(x+\frac{a}{2}\right)^2=b^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2$，

$\therefore x+\frac{a}{2}=\pm\sqrt{b^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}$，

则 $x=\pm\sqrt{b^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}-\frac{a}{2}$，

在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\because AC=b$，$BC=\frac{a}{2}$，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{b^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}$，

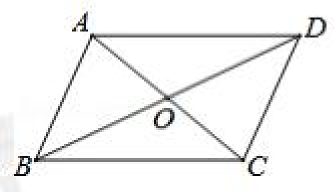
又 $\because BC=AD=\frac{a}{2}$，

$\therefore AD=\sqrt{b^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}-\frac{a}{2}$，

$\therefore$图形中线段 AD 的长是方程 $x^2+ax=b^2$ 的一个解。

8．如图，小明在学习了正方形之后，给同桌小文出了道题，从下列四个条件：① $AB=BC$，② $\angle ABC=90°$，③ $AC=BD$，④ $AC\perp BD$ 中选两个作为补充条件，使▱ $ABCD$ 成为正方形．现有下列四种选法，你认为其中错误的是(　　)

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．③④



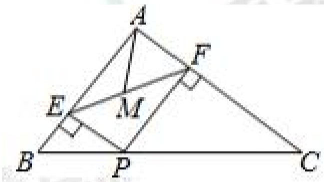
【答案】C

【考点】正方形的判定

【解析】略

9．如图，在 ΔABC 中，$AB=3$，$AC=4$，$BC=5$，P 为边 BC 上一动点，$PE\perp AB$ 于 E，$PF\perp AC$ 于 F，M 为 EF 中点，则 AM 的最小值为(　　)

A．1　　B．1.2　　C．1.5　　D．2.4

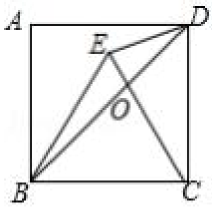


【答案】B

【考点】矩形的性质

【解析】略

10．如图，在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 内取一点 E，使得 $BE=CE$，连接 ED、BD．BD 与 CE 相交于点 O，若 $\angle EOD=75°$，则 ΔBED 的面积为( )

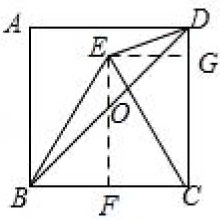


A．$\dfrac{\sqrt{34}}{2}$　　B．$4\sqrt{3}-4$　　C．$\sqrt{3}+1$　　D．$16-8\sqrt{3}$

【答案】B

【考点】正方形的性质

【解析】如图所示：过点 E 作 $EF\perp BC$，垂足为 F，作 $EG\perp DC$，垂足为 G．



$\because \angle EOD = 75°$，$\angle ECD + \angle ODC = \angle EOD$，

$\therefore \angle ECD = 30°$．

$\therefore \angle ECB = 60°$．

又$\because BE = CE$，

$\therefore \Delta BCE$为等边三角形．

$\therefore EC = BC = 4$．

$\therefore EF = \sqrt{3}FC = 2\sqrt{3}$

$\because$ 在 Rt ΔEGC中，$\angle ECG = 30°$，

$\therefore EG = \frac{1}{2}EC = 2$．

$\therefore S_{四边形BDEC} = \frac{1}{2}CB \cdot EF + \frac{1}{2}DC \cdot EG = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4\sqrt{3} + 4$。

又$\because S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2}BC \cdot DC = 8$，

$\therefore \Delta BCD$的面积$= (4\sqrt{3} + 4) - 8 = 4\sqrt{3} - 4$。

11．如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + k = 0$ 没有实数根，那么 k 的取值范围是_________。

【答案】k > 4

【考点】根的判别式

【解析】解：根据题意得： $\triangle = 16 - 4k < 0$，

解得 k > 4。

故答案为 k > 4。

12．设 a、b 是两个整数，若定义一种运算"△"，$a \triangle b = a^2 + ab$，则方程 $x \triangle (x-2) = 12$ 的实数根是_________。

【答案】 $x_1=-2$ ， $x_2=3$

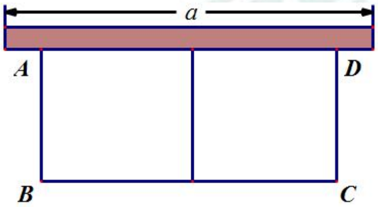
【考点】解一元二次方程-因式分解法

【解析】∵ $a\triangle b=a^2+ab$ ， $x\triangle(x-2)=12$ ，

$x\triangle(x-2)=12$ 可化为 $x^2+x(x-2)=12$ ，即 $2x^2-2x-12=0$ ，

因式分解得，$2(x+2)(x-3)=0$ ，解得 $x_1=-2$， $x_2=3$.

13．如图，有长为 24 米的篱笆，现一面利用墙（墙的最大可用长度 a 为 10 米）围成中间隔有一道篱笆的长方形花圃，要围成面积为 45 平方米的花圃，*AB* 的长为__________米。



【答案】5

【考点】一元二次方程的应用

【解析】设 AB 长为 x，则 BC 长为 24-3x.

$\therefore x(24-3x)=45$

即： $-3x^2+24x=45$

整理，得 $x^2-8x+15=0$， 解得 $x=3$ 或5，

当 $x=3$ 时，$BC=24-9=15>10$ 不成立，

当 $x=5$ 时，$BC=24-15=9<10$ 成立，

∴AB 长为 5 米 .

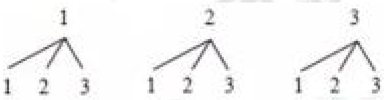
13． 两人一组，每人在纸上随机写一个小于 4 的正整数，则两人所写的正整数恰好相同

的概率是________。

【答案】$\frac{1}{3}$

【考点】列表法与树状图法

【解析】画树状图如下：



由树状图可知，共有 9 种等可能结果，其中恰好相同的有 3 种，

所以两人所写的正整数恰好相同的概率是$\frac{1}{3}$

故答案为：$\frac{1}{3}$

15. 有一人患了红眼病，经过两轮传染后有 144 人患了红眼病，设每轮传染中平均一人传染了 x 个人，则可列方程为______________。

【答案】 $x+1+x(x+1)=144$

【考点】一元二次方程的应用

【解析】解：设每轮传染中平均一个人传染的人数为 x 人，

由题意得：$x+1+x(x+1)=144$

故答案为：$x+1+x(x+1)=144$

16. 如图 1，已知 AC 是矩形纸片 ABCD 的对角线，AB=3，∠ACB=30°，现将矩形 ABCD 沿对角线 AC 剪开，再把△ABC 沿着 AD 方向平移，得到图 2 中的△ $A'BC'$，当四边形 $A'ECF$ 是菱形时，平移距离 AA' 的长为________。

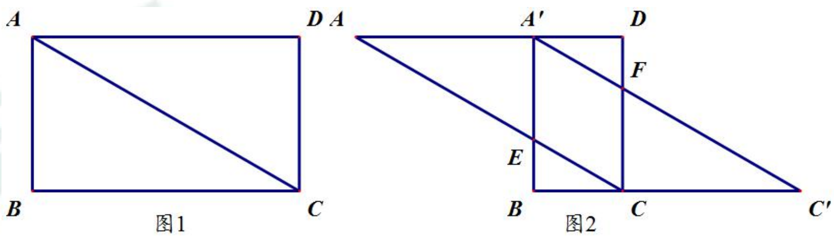


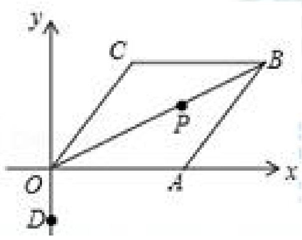
图1　图2

【答案】$2\sqrt{3}$

【考点】菱形的性质、矩形的性质、平移的性质

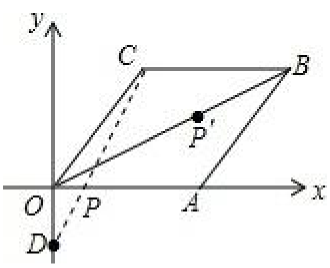
【解析】略

17．如图，在平面直角坐标系中，菱形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴上，顶点 B 的坐标为（8,4），点 P 是对角线 OB 上的一动点，点 D 的坐标为（0,-2），当 DP 与 AP 之和最小时，点 P 的坐标为_________。



【答案】$\left(\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$

【考点】坐标与图形的性质、菱形的性质、将军饮马



【解析】

如图，连接 CD，如图，

∵点 A 的对称点是点 C，

∴CP=AP，

∴CD 即为 DP+AP 最短，

∵四边形 ABCD 是菱形,顶点 B(8,4)，

∴$OA^2=AB^2=(8-AB)^2+4^2$，

∴AB=OA=BC=OC=5，

∴点 C 的坐标为(3,4),

∴可得直线 OB 的解析式为：y=0.5x①，

∵点 D 的坐标为(0,−2)，

∴可得直线 CD 的解析式为：y=2x−2②，

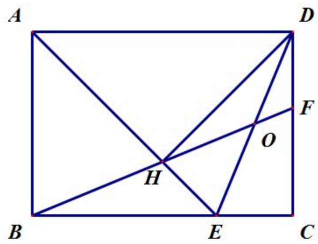
∵点 P 是直线 OC 和直线 ED 的交点，

由①②解方程组得：$x=\frac{4}{3},y=\frac{2}{3}$

所以点 P 的坐标为$\left(\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$

故答案为：$\left(\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$

18. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AD=\sqrt{2}AB$，$\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E，$DH\perp AE$ 于点 H，连接 BH 并延长交 CD 于点 F，连接 DE 交 BF 于点 O，下列结论：①$\angle AED=\angle CED$；②$\triangle ABE\cong\triangle AHD$；③$AB=HF$；④$BH=FH$。其中正确的是__________。



【答案】①②④

【考点】全等、矩形的性质

【解析】①∵在矩形 ABCD 中，AE 平分∠BAD，

∴∠BAE=∠DAE=45°，

∴△ABE 是等腰直角三角形，

∴AE= $\sqrt{2}$ AB，

∵AD= $\sqrt{2}$ AB，

∴AE=AD，

在△ABE 和△AHD 中,∠BAE=∠DAE，∠ABE=∠AHD=90°，AE=AD，

∴△ABE≌△AHD(AAS)，

∴BE=DH，

∴AB=BE=AH=HD，

∴∠ADE=∠AED=12(180◦ −45◦)=67.5◦ ，

∴∠CED=180◦ −45◦ −67.5◦ =67.5◦ ，

∴∠AED=∠CED

②由 DH⊥AE,∠DAH=45°可得，▵ADH 为等腰直角三角形

∵▵ABH 也为等腰直角三角形，且 AE=AD,故▵ABH≌▵AHD

④由▵ABH≌▵AHD 可得 AB=AH,BE=HD

由 AB=AH 可得∠AHB=∠AHB= $\frac{1}{2}$ (180D°−45°)=67.5°

∵∠EBH=90°−67.5°=22.5°,

∴∠EBH=∠OHD,

又∵BE=DH,∠AEB=∠HDF=45°

在▵BEH 和▵HDF 中，∠EBH=∠OHD，BE=DH，∠AEB=∠HDF

∴▵BEH≌▵HDF(ASA),

∴BH=HF，HE=DF;

综上所述，结论正确的是①②④。

故答案为：①②④

三、解答题

19. 用适当的方式解下列方程

（1） $x^2+2x-3=0$　　（2） $(x-1)^2+4(x-1)+4=0$

【答案】（1） x=1 或 x=-3　（2） x=-1

【考点】解一元二次方程

【解析】（1）解：（x-1）（x+3）=0

x=1 或 x=-3

（2）解：令 t=x-1,则 x=t-1

$t^2+4t+4=0$

$(t+2)^2=0$

$t_1=t_2=-2$

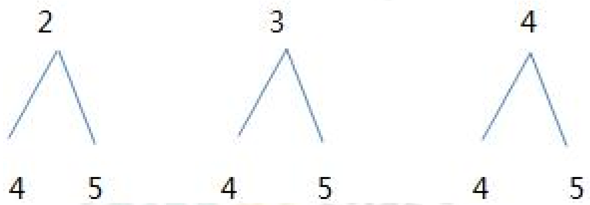
$\therefore x_1=x_2=-1$

20. 甲、乙两个不透明的袋子，已知甲袋里装有三个分别标有数字 2、3、4 的三个小球，乙袋里装有分别标有 4、5 的两个小球，每个袋里的小球除所标有的数字不同外，其他方面均相同，先从甲、乙两个袋子中分别摸出一个小球，记录小球上的数字。请用画树状图或列表的方式，求两次记录数字之和不小于 7 的概率。

【答案】$\frac{5}{6}$

【考点】树状图或列表法求概率

【解析】解：根据题意可画树状图：

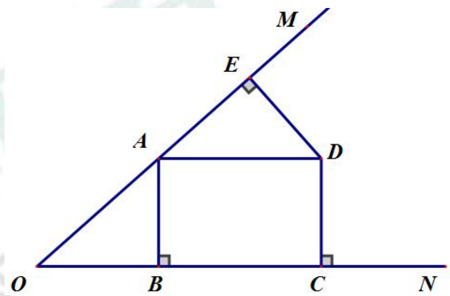


从树状图可知，共 6 种等可能结果，其中不小于 7 的结果共有 5 种，即 $P_{(和不小于7)}=\frac{5}{6}$

21．如图，点 A 在∠MON 的边 ON 上，AB⊥OM 于点 B，AE=OB，DE⊥ON 于点 E，AD=AO，DC⊥OM 于点 C。

（1）求证：四边形 ABCD 是矩形；

（2）若 DE=3，OE=9，则 AD=__________。



【答案】（1）略　　（2）5

【考点】全等三角形的判定与性质；矩形的判定与性质

【解析】略

22．六一儿童节，某玩具经销商在销售中发现：某款玩具若以每个 50 元销售，一个月能售出 500 个，销售单价每涨 1 元，月销售量就减少 10 个，这款玩具的进价为每个 40 元，若月销售利润定为 8000 元，且尽可能多的让利消费者，销售单价应定为多少元？

【答案】60

【考点】一元二次方程的应用

【解析】设：销售单价应定为 x 元，

由题意，得 (x-40)[500-10(x-50)]=8000,

解得　x1=60,　x2=80,

∵尽可能让利消费者，

∴x=60.

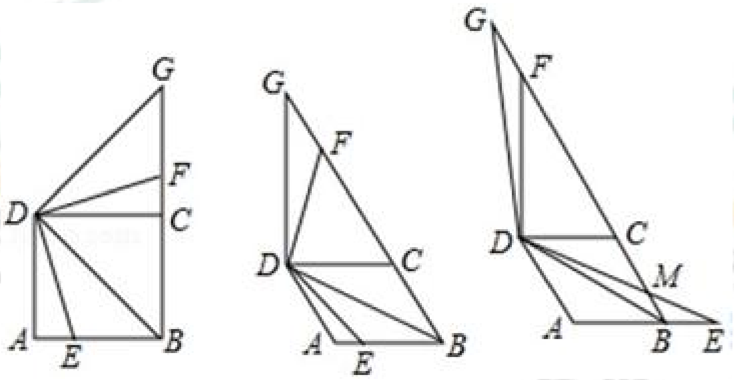
答：消费单价应定为 60 元。

23. （1）如图 1，E 是正方形 $ABCD$ 边 AB 上的一点，连接 DE、BD，将∠BDE 绕点 D 逆时针旋转 90°，旋转后角的两边分别于射线 BC 交于点 F 和点 G。请探究线段 BE、BF 和 BD 之间的数量关系，写出结论并给出证明；

（2）当四边形 $ABCD$ 为菱形时，∠ADC=60°，点 E 是菱形 $ABCD$ 边 AB 所在直线上的一点，连接 DE、BD，将∠BDE 绕点 D 逆时针旋转 120°，旋转后角的两边分别与射线 BC 交于点 F 和点 G。

①如图 2，点 E 在线段 AB 上时，线段 BE、BF 和 BD 之间的数量关系__________________。

②如图 3，点 E 在线段 AB 的延长线上时，DE 交射线 BC 于点 M，若 BE=1，AB=2，线段 CG 的长度是_________。



【答案】（1）BF+BE=$\sqrt{2}$BD　（2）①BF+BE=$\sqrt{3}$BD　②4

【考点】旋转综合

【解析】

（1）BF+BE=$\sqrt{2}$BD，理由如下：

易知：∠FDG=∠EDB，∠G=∠DBE=45°，BD=DG，

∴△FDG≌△EDB（ASA），

∴BE=FG，

∴BF+BE=BF+FG=BG，

Rt△BCG 中，BG=$\sqrt{2DB}$，

∴BF+BE=$\sqrt{2}$BD。

（2）①如图 2，BF+BE=$\sqrt{3}$BD，

理由如下：在菱形 ABCD 中，∠ADB=∠CDB=$\frac{1}{2}$∠ADC=$\frac{1}{2}$×60°=30°，

由旋转 120°得∠EDF=∠BDG=120°，∠EDB=∠FDG，

在△DBG 中，∠G=180°-120°-30°=30°，

∴∠DBG=∠G=30°，

∴DB=DG，

∴△EDB≌△FDG（ASA），

∴BE=FG，

∴BF+BE=BF+FG=BG，

过点 D 作 DM⊥BG 于点 M，如图 2，

∵BD=DG，

∴BG=2BM，

在 Rt△BMD 中，∠DBM=30°，

∴BD=2DM，

设 DM=a,则 BD=2a，

DM= $\sqrt{3}$ a，

∴BG=2 $\sqrt{3}$ a，

∴ $\frac{BD}{BG}=\frac{2a}{2\sqrt{3}a}=\frac{1}{\sqrt{3}}$，

∴BG= $\sqrt{3}$ BD，

BF+BE= $\sqrt{3}$ BD；

②过点 A 作 AN⊥BD 于 N，如图 3，

Rt△ABN 中，∠ABN=30°，AB=2，

∴AN=1，BN= $\sqrt{3}$，

∴BD=2BN=2 $\sqrt{3}$，

∴BF=2 $\sqrt{3}$ × $\sqrt{3}$ =6，

∴CF=4，

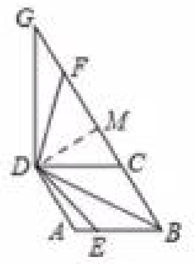


图2

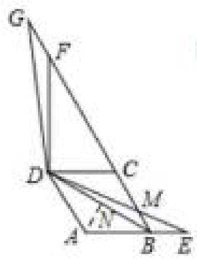


图3

$\therefore CG=5$.