

2020~2021 学年第一学期高三年级期中质量监测

数学试卷

(考试时间:上午 7:30—9:30)

说明:本试卷为闭卷笔答,答题时间 120 分钟,满分 150 分。

		第 I 卷				第 II 卷			总分
题号	一	二	三		一	二	三		
			17	18	19	20			
得分									

第 I 卷 (必做题,共 120 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,请将其字母标号填入下表相应位置)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{x | x(x+2) \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{-1, 0\}$
- B. $[-1, 0]$
- C. $\{0, 1\}$
- D. $[-2, 1]$

2. 函数 $y = \ln(x+1) + \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ 的定义域是

- A. $[-1, 2)$
- B. $(-1, 2)$
- C. $(-1, 2]$
- D. $[-1, 2]$

3. 已知 q 为等比数列 $\{a_n\}$ 的公比, 且 $a_1 a_2 = -\frac{1}{2}$, $a_3 = \frac{1}{4}$, 则 $q =$

- A. -1
- B. 4
- C. $-\frac{1}{2}$
- D. $\pm \frac{1}{2}$

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x < 0, \\ \sqrt{x}, & x \geq 0, \end{cases}$ 若 $f(a) = 2$, 则实数 $a =$

- A. -1 或 2
- B. 2 或 4
- C. -2 或 4
- D. -1 或 4

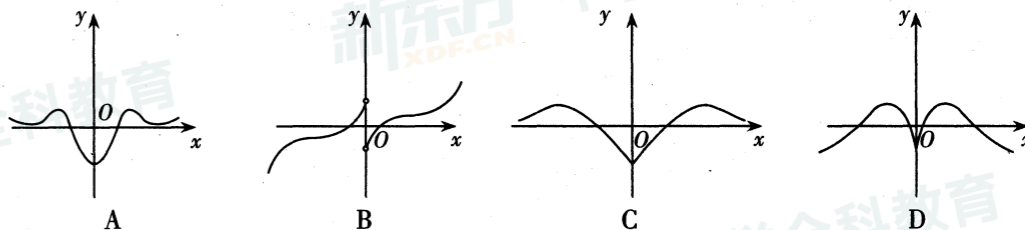
5. 函数 $y = x \ln x$ 在 $x = e$ 处的切线方程是

- A. $y = 2x - e$
- B. $y = x - e$
- C. $y = 2x - 3e$
- D. $y = x$

6. 已知函数 $f(x) = \log_2 x - \frac{1}{|x-1|}$, 则不等式 $f(x) < 0$ 的解集是

- A. $(0, 1) \cup (1, 2)$
- B. $(0, 1)$
- C. $(1, 2)$
- D. $(2, +\infty)$

7. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) = f(x)$, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \frac{x^2 - 1}{e^x}$, 则 $f(x)$ 的图象大致是



8. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -29$, $a_{n+1} = a_n + 3 (n \in \mathbb{N}^*)$, 则 $|a_1| + |a_2| + \dots + |a_{20}| =$

- A. 10
- B. 145
- C. 300
- D. 320

9. 已知函数 $f(x)$ 对于任意 $x \in \mathbb{R}$ 都满足 $f(1+x) = f(1-x)$, 且当 $x_1, x_2 \in (0, 1) (x_1 \neq x_2)$ 时,

不等式 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ 恒成立, 若 $a = \frac{1}{2}$, $b = \log_2 \sqrt{3}$, $c = e^{\ln \sqrt{3}}$, 则下列结论正确的是

- A. $f(a) > f(c) > f(b)$
- B. $f(c) > f(b) > f(a)$
- C. $f(b) > f(a) > f(c)$
- D. $f(b) > f(c) > f(a)$

10. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x)$, 且当 $x \in [-1, 1)$ 时, $f(x) = x^2$, 若函数

$g(x) = \log_a |x+1|$ 的图象与 $f(x)$ 的图象恰有 10 个不同的公共点, 则实数 a 的取值范围为

- A. $(4, +\infty)$ B. $(6, +\infty)$
 C. $(1, 4)$ D. $(4, 6)$

11. 已知单调递增数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $2S_n = a_n(a_n + 1) (n \in \mathbf{N}^*)$, 且 $S_n > 0$, 记数列

$\{2^n \cdot a_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则使得 $T_n > 2020$ 成立的 n 的最小值为

- A. 7 B. 8
 C. 10 D. 11

12. 若 $0 < x_1 < x_2 < 1$, 则下列结论正确的是

- A. $\ln \frac{x_1}{x_2} < e^{x_1} - e^{x_2}$ B. $\ln \frac{x_1}{x_2} > e^{x_1} - e^{x_2}$
 C. $\frac{x_1}{x_2} > \sqrt{e^{x_1-x_2}}$ D. $\frac{x_1}{x_2} < \sqrt{e^{x_1-x_2}}$

得分	评卷人

二、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

13. 已知集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 0\}$, $B = \{x | a \leq x < a + 2\}$, 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 则实数

a 的取值范围是_____.

14. 函数 $y = xe^x$ 的递减区间是_____.

15. 已知 $f(x) = x^3 - 3x$, 过点 $A(1, m) (m \neq -2)$ 作曲线 $f(x)$ 的切线恰有三条, 则实数 m 的取值范

围为_____.

16. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 记 $c_n = 3^n - 2 \times (-1)^n \lambda a_n$, 若对任

意的 $n \in \mathbf{N}^*$, $c_{n+1} > c_n$ 恒成立, 则实数 λ 的取值范围为_____.

三、解答题(本大题共4小题,共40分.解答需写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

得分	评卷人

17. (本小题满分8分)

已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x \leq 0\}$, $B = \{y | y = 2^x, x \in A\}$, $D = (\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B$.

(1) 求 D ;

(2) 若函数 $f(x) = x^2 + \log_2 x$, $x \in D$, 求 $f(x)$ 的值域.

得分	评卷人

18. (本小题满分10分)

已知 $f(x) = \log_a \frac{x+b}{1-x}$, $f(0) = 0$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 判断函数 $f(x)$ 的单调性, 并说明理由.

得分	评卷人

19. (本小题满分10分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{2}{3} \times (4^n - 1) (n \in \mathbf{N}^*)$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_n = 2^{b_n} (n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{c_n\}$ 满足: $c_1 = 1$, 且 $c_{n+1} = \frac{b_n}{b_{n+2}} c_n (n \in \mathbf{N}^*)$, T_n 是数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, 证明: $T_n < \frac{3}{2}$.

得分	评卷人

20. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - mx + \ln x (m \in \mathbf{R})$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2 , 且 $|x_1 - x_2| \leq \frac{15}{4}$, 求 $|f(x_1) - f(x_2)|$ 的最大值.

2020~2021 学年第一学期高三年级期中质量监测

数学试卷

第 II 卷 (选做题, 共 30 分)

本试卷包括《选修 4-4 极坐标与参数方程》,《选修 4-5 不等式选讲》, 共两个模块的试题。请考生在下列两个模块中任选一个模块作答, 如果多做则按所做的第一模块记分。

【选修 4-4】极坐标与参数方程

一、选择题 (本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将其字母标号填入下表相应位置)

题 号	1	2
答 案		

1. 在极坐标系中, 点 P 为曲线 $\rho(\cos\theta - \sin\theta) + 2 = 0$ 上任一点, 则点 P 到极点的距离的最小值为

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1
- C. $\sqrt{2}$ D. 2

2. 在平面直角坐标系中, 参数方程 $\begin{cases} x = 1 - t^2 \\ y = 1 + t^2 \end{cases}$ (t 是参数) 表示的曲线是

- A. 一条直线 B. 一个圆
- C. 一条线段 D. 一条射线

得分	评卷人

二、填空题 (本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

3. 曲线 $\begin{cases} x = \cos\theta + \sin\theta \\ y = 1 + \sin 2\theta \end{cases}$ (θ 是参数) 的普通方程是 _____

4. 在极坐标系中, 直线 $\theta = \alpha$ ($0 \leq \alpha < \pi, \rho \in \mathbb{R}$) 被曲线 $\rho^2 - 12\rho\sin\theta + 11 = 0$ 截得的弦长为 8, 则 $\alpha =$ _____

三、解答题 (本大题共 1 小题, 共 10 分, 解答需写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

得分	评卷人

5. (本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{1}{2}t, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t - 1 \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = -4\sin\theta$.

(1) 求曲线 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程;

(2) 设点 P 的直角坐标为 $(0, -1)$, 若曲线 C_1 与 C_2 相交于 A, B 两点, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

【选修4-5】不等式选讲

一、选择题(本大题共2小题,每小题5分,共10分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,请将其字母标号填入下表相应位置)

题号	1	2
答案		

1. 不等式 $|2x + 1| \leq 3$ 的解集为

- A. $[-1, 2]$ B. $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$
 C. $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$ D. $[-2, 1]$

2. 若关于 x 的不等式 $|x + 1| + |x - m| < 3$ 有实数解, 则实数 m 的取值范围为

- A. $(2, +\infty)$ B. $(-2, 4)$
 C. $(-4, 2)$ D. $(-\infty, -4]$

得分	评卷人

二、填空题(本大题共2小题,每小题5分,共10分)

3. 不等式 $|2x - 1| > 2 - x$ 的解集为_____.

4. 若函数 $f(x) = \sqrt{|2x + 1| - |x + 1| - a}$ 的定义域为 \mathbf{R} , 则实数 a 的取值范围为_____.

三、解答题(本大题共1小题,共10分,解答需写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

得分	评卷人

5. (本小题满分10分)

已知 $f(x) = |2x - 1| + |x + 1|$.

(1) 画出函数 $f(x)$ 的图象;

(2) 求不等式 $f(x) < f(x - 1)$ 的解集.

