2020-2021学年第一学期高三年级期中质量监测

数学参考答案及评分建议

一．1. A　2. B　3. C　4. D　5. A　6. A　7. C　8. C.　9. C　10. D　11. B　12. D

二．13. $[-2,-1]$　14. $(-\infty,-1)$　15. $(-3,-2)$　16. $(-\frac{3}{2},1)$

17 解：（1）$\because A=\{x\mid x^2-2x\le 0\}=[0,2]$，　………1 分

$\therefore C_{R}A=(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$，$B=\{y\mid y=2^x,x\in A\}=[1,4]$，　………3 分

$\therefore D=(C_{R}A)\cap B=(2,4]$；　………4 分

（2）由（1）得 $x\in(2,4]$，$\because f(x)=x^2+\log_2 x$ 在 $(2,4]$ 上是增函数，　………6 分

$\therefore f(x)$ 的值域为 $(5,18]$.　………8 分

18 解：（1）由题意得 $\begin{cases} f(0)=\log_a b=0, \\ f(\frac{1}{3})=\log_a \frac{3b+1}{2}=1, \end{cases}$　………2 分

$\therefore \begin{cases} a=2, \\ b=1, \end{cases}$ $\therefore f(x)=\log_2\frac{x+1}{1-x}$；　………5 分

（2）由（1）得 $f(x)=\log_2\frac{x+1}{1-x}=\log_2(-1-\frac{2}{x-1})$，$-1<x<1$，　………7 分

$\because y=-1-\frac{2}{x-1}$ 在 $(-1,1)$ 是增函数，　………9 分

$\therefore f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上单调递增.　………10 分

19 解：（1）当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=2$；

当 $n\ge 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{2}{3}\times(4^n-4^{n-1})=2^{2n-1}$，

$\therefore a_n=2^{2n-1}(n\in N^*)$，　………3 分

$\because a_n=2^{b_n}$，$\therefore b_n=\log_2 a_n=\log_2 2^{2n-1}=2n-1(n\in N^*)$；　………5 分

（2）由（1）得 $b_n=2n-1\ (n\in N^*)$，$\because c_{n+1}=\frac{b_n}{b_{n+2}}c_n$，$c_1=1$，

$\therefore c_n=\frac{b_{n-1}}{b_{n+1}}c_{n-1}=\frac{b_{n-1}}{b_{n+1}}\cdot\frac{b_{n-2}}{b_n}c_{n-2}=\frac{b_{n-1}}{b_{n+1}}\cdot\frac{b_{n-2}}{b_n}\cdot\frac{b_{n-3}}{b_{n-1}}c_{n-3}=\frac{b_{n-1}}{b_{n+1}}\cdot\frac{b_{n-2}}{b_n}\cdot\frac{b_{n-3}}{b_{n-1}}\cdots\cdots\frac{b_2}{b_4}\cdot\frac{b_1}{b_3}c_1=\frac{b_2b_1}{b_{n+1}b_n}$

$=\frac{3}{2}\times(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})$，　………8 分

$\therefore T_n=c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n$

$=\frac{3}{2}\times[(1-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+(\frac{1}{5}-\frac{1}{7})+(\frac{1}{7}-\frac{1}{9})+\cdots+(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})]$

$=\frac{3}{2}-\frac{3}{4n+2}<\frac{3}{2}$.　………10 分

20 解：（1）由题意得 $f'(x)=x-m+\dfrac{1}{x}=\dfrac{x^2-mx+1}{x}$，$x>0$，　　………2 分

设 $y=x^2-mx+1(x>0)$，$\Delta=m^2-4$，

①当 $\Delta\le 0$，即 $-2\le m\le 2$ 时，$y\ge 0$，$f'(x)\ge 0$，$\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递增；

②当 $\Delta>0$，即 $m<-2$ 或 $m>2$ 时，

ⅰ）当 $m<-2$ 时，$y\ge 0$，$f'(x)\ge 0$，$\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递增；

ⅱ）当 $m>2$ 时，令 $f'(x)=0$，则 $x_1=\dfrac{m-\sqrt{m^2-4}}{2}$ 或 $x_2=\dfrac{m+\sqrt{m^2-4}}{2}$；

令 $f'(x)<0$，则 $x_1<x<x_2$；令 $f'(x)>0$，则 $x<x_1$ 或 $x>x_2$；

$\therefore f(x)$ 在 (x_1,x_2) 上递减，在 $(0,x_1)$ 和 $(x_2,+\infty)$ 上递增；

综上所述，当 $m\le 2$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递增；

当 $m>2$ 时，$f(x)$ 在 $(\dfrac{m-\sqrt{m^2-4}}{2},\dfrac{m+\sqrt{m^2-4}}{2})$ 上递减，

在 $(0,\dfrac{m-\sqrt{m^2-4}}{2})$ 和 $(\dfrac{m+\sqrt{m^2-4}}{2},+\infty)$ 上递增；　　………6 分

（2）由（1）得当 $m\le 2$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递增，不合题意，

$\therefore m>2$，$f(x)$ 在 (x_1,x_2) 上递减，x_1,x_2 是方程 $f'(x)=0$ 即 $x^2-mx+1=0$ 的两个不相等实数根，$\therefore x_1+x_2=m$，$x_1x_2=1$，　　………8 分

不妨设 $x_1<x_2$，由 $|x_1-x_2|=x_2-x_1\le\dfrac{15}{4}$ 得 $\dfrac{1}{4}\le x_1<1$ 或 $x_1\le -4$（舍去），

则 $|f(x_1)-f(x_2)|=f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{1}{2}({x_1}^2-{x_2}^2)-m(x_1-x_2)+\ln\dfrac{x_1}{x_2}$

$=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{{x_1}^2}-{x_1}^2)+\ln {x_1}^2$，$\dfrac{1}{4}\le x_1<1$，　　………10 分

令 $g(t)=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{t}-t)+\ln t$，$\dfrac{1}{16}\le t<1$，则 $g'(t)=-\dfrac{(t-1)^2}{2t^2}<0$，$\therefore g(t)$ 在 $[\dfrac{1}{16},1)$ 上递减，

当 $x_1=\dfrac{1}{4}$ 时，$|f(x_1)-f(x_2)|$ 取最大值 $\dfrac{255}{32}-4\ln 2$.　　………12 分

第 II 卷（选做题　共 30 分）

选修 4-4 极坐标与参数方程

一．1.C　2.D　二．3．$y=x^2(-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2})$　4．$\dfrac{\pi}{3}$ 或 $\dfrac{2\pi}{3}$

三．5 解：（1）由 $\begin{cases} x=\dfrac{1}{2}t, \\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t-1 \end{cases}$ 消去参数 t 得曲线 C_1 的普通方程为 $\sqrt{3}x-y-1=0$，　……3 分

由$\begin{cases} x=\rho\cos\theta, \\ y=\rho\sin\theta \end{cases}$得曲线$C_2$的直角坐标方程为$x^2+y^2+4y=0$；　　　　　　　　………5 分

（2）设$A(\frac{1}{2}t_1,\frac{\sqrt{3}}{2}t_1-1),B(\frac{1}{2}t_2,\frac{\sqrt{3}}{2}t_2-1)$，

将$\begin{cases} x=\frac{1}{2}t, \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t-1 \end{cases}$代入$x^2+y^2+4y=0$得$t^2+\sqrt{3}t-3=0$，

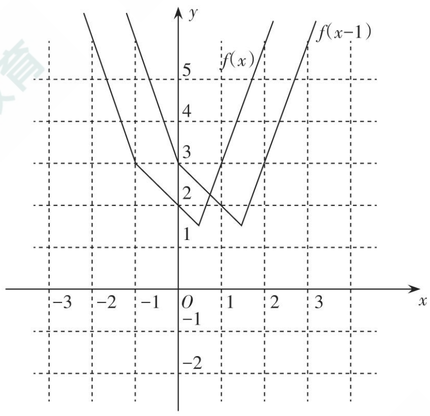
$\therefore t_1+t_2=-\sqrt{3}$，$t_1t_2=-3$，　　　　　　　　………8 分

$\therefore \frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}=\frac{1}{|t_1|}+\frac{1}{|t_2|}=\frac{|t_1|+|t_2|}{|t_1t_2|}=\frac{|t_1-t_2|}{|t_1t_2|}=\frac{\sqrt{15}}{3}$.　　　　………10 分

选修 4-5　不等式选讲

一．1. D　2. C　3. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　4. $(-\infty,-\frac{1}{2}]$

三．5 解：（1）函数$f(x)$的图象如图所示；………5 分



（2）将$f(x)$的图象向右平移一个单位得到函数$f(x-1)$的图象，

$y=f(x)$的图象与$y=f(x-1)$的图象的交点坐标为$(\frac{3}{4},\frac{9}{4})$，　　………8 分

由图象可知当且仅当$x<\frac{3}{4}$时，$y=f(x)$的图象在$y=f(x-1)$的图象下方，

$\therefore$不等式$f(x)<f(x-1)$的解集为$(-\infty,\frac{3}{4})$.　　　　………10 分