2020~2021学年第一学期高三年级期中质量监测

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的，请将其字母标号填入下表相应的位置）

1.已知集合 $A=\{-1,0,1\},B=\{x|x(x+2)\leq 0\}$ ，则 $A\bigcap B=$

$A.\{-1,0\}$　　$B.[-1,0]$　　$C.\{0,1\}$　　$D.[-2,1]$

答案：A.

解析：$B=\{x|-2\leq x\leq 0\}$ ，$\therefore A\bigcap B=\{-1,0\}$ 故选 A.

2.函数 $y=\ln(x+1)+\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ 的定义域是

$A.[-1,2)$　　$B.(-1,2)$　　$C.(-1,2]$　　$D.[-1,2]$

答案：B.

解析：函数 $y=\ln(x+1)$ 的定义域为 $x+1>0$ ，即 $x>-1$ ；

函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ 的定义域为 $4-x^2>0$ ，即 $-2<x<2$ ；

函数 $y=\ln(x+1)+\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ 的定义域为函数 $y=\ln(x+1)$ 和函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ 的定义域的交集，即 $-1<x<2$ ，为开区间，故选 B.

3.已知 q 为等比数列 $\{a_n\}$ 的公比，且 $a_1a_2=-\dfrac{1}{2},a_3=\dfrac{1}{4}$ ，则 $q=$

$A.-1$　　$B.4$　　$C.-\dfrac{1}{2}$　　$D.\pm\dfrac{1}{2}$

答案：C.

解析：由已知得 $\begin{cases} a_1^2q=-\dfrac{1}{2} \\ a_1q^2=\dfrac{1}{4} \end{cases}$ ，由于 $a_1^2>0,q^2>0,\therefore a_1>0,q<0$ ，解得 $a_1=1,q=-\dfrac{1}{2}$ ，故选 C.

4.已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2-x,x<0 \\ \sqrt{x},x\geq 0 \end{cases}$ ，若 $f(a)=2$ ，则实数 $a=$

$A.-1$ 或 2　　$B.2$ 或 4　　$C.-2$ 或 4　　$D.-1$ 或 4

答案：D.

解析：当$x<0$时，若$f(a)=2$，则$a^2-a=2$，解得$a=-1$；

当$x\geq 0$时，若$f(a)=2$，则$\sqrt{a}=2$，解得$a=4$；

综上所述，$a=-1$或4，故选D.

5.函数$y=x\ln x$在$x=e$处的切线方程是

$A.y=2x-e$　　$B.y=x-e$　　$C.y=2x-3e$　　$D.y=x$

答案：A.

解析：$\because y=2x-e,\therefore y'=\ln x+1$，当$x=e$时，$y'=\ln e+1=2$，且当$x=e$时，$y=e$，即切点为$(e,e)$，所以切线方程为$y-e=2(x-e)$，即$y=2x-e$，故选$A$.

6.已知函数$f(x)=\log_2 x-\frac{1}{|x-1|}$，则不等式$f(x)<0$的解集是

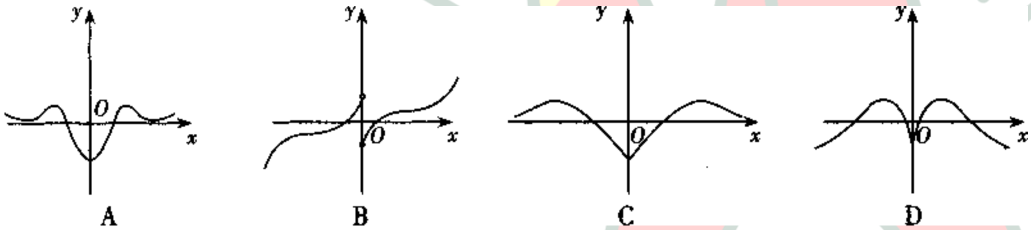
A. $(0,1)\cup(1,2)$　　B. $(0,1)$　　C. $(1,2)$　　D. $(2,+\infty)$

答案：A

解析：定义域$(0,1)\cup(1,+\infty)$，函数变为$f(x)=\begin{cases}\log_2 x-\frac{1}{1-x},0<x<1\\ \log_2 x-\frac{1}{x-1},x>1\end{cases}$

当$x\in(0,1)$，对数函数恒小于0，反比例函数恒大于0，负数减正数为负数，所以函数$f(x)$恒小于0；当$x\in(1,+\infty)$，令$f(x)=0$，求得$x=2$，利用组合函数的单调性，得出函数单调递增，所以$f(x)<0$的区间为$(1,2)$。

7.已知函数$f(x)$满足$f(-x)=f(x)$，当$x\geq 0$时，$f(x)=\frac{x^2-1}{e^x}$，则$f(x)$的图像大致是



答案：C

解析：由题意可得，函数为偶函数，排除 B 选项。

当$x\geq 0$时，对函数求导判断单调性，$f'(x)=\frac{-x^2+2x+1}{e^x}$，令$f'(x)=0$，得到$x=1+2\sqrt{2}$；

当 $x\in[0,2\sqrt{2}), f'(x)>0, f(x)$ 单调递增；当 $x\in(2\sqrt{2},+\infty), f'(x)<0, f(x)$ 单调递减。排除 A 项。

当 x 趋近于正无穷时，分母大于 0，分子也大于 0，所以 $f(x)>0$，所以选 C。

8.在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=-29$，$a_{n+1}=a_n+3(n\in N^*)$，则 $|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{20}|=$

A.10　　B.145　　C.300　　D.320

答案：C

解析：因为 $a_n=3n-31$，且 $a_{10}<0, a_{11}>0$，所以 $|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{20}|=-(a_1+a_2+\cdots+a_{10})+(a_{11}+\cdots+a_{20})=300$

9.已知函数 $f(x)$ 对于任意 $x\in R$ 都满足 $f(1+x)=f(1-x)$，且当 $x_1,x_2\in(0,1),(x_1\neq x_2)$ 时，不等式 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ 恒成立，若 $a=\dfrac{1}{2}, b=\log_2\sqrt{3}, c=e^{\ln\sqrt{3}}$，则下列结论正确的是

A. $f(a)>f(c)>f(b)$　　B. $f(c)>f(b)>f(a)$

C. $f(b)>f(a)>f(c)$　　D. $f(b)>f(c)>f(a)$

答案：C

解析：因为 $x_1,x_2\in(0,1),(x_1\neq x_2)$，$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$，所以在该区间单调递增，因为 $f(1+x)=f(1-x)$，所以函数关于 $x=1$ 对称；$f(\dfrac{1}{2})=f(\dfrac{3}{2}), \log_2\sqrt{3}<\dfrac{3}{2}<\sqrt{3}$，则 $f(b)>f(a)>f(c)$

10.已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x)$，且当 $x\in[-1,1]$ 时，$f(x)=x^2$，若 $g(x)=\log_a|x+1|$ 的图象与 $f(x)$ 的图象恰有 10 个不同的公共点，则实数 a 取值范围为

A. $(4,+\infty)$　　B. $(6,+\infty)$　　C. $(1,4)$　　D. $(4,6)$

答案：D

解析：$\because$ 函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x)$，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 是周期为 2 的函数

$\because$ 当 $x\in[-1,1]$ 时，$f(x)=x^2$，画出 $f(x)$ 和 $g(x)$ 图像，注意 $g(x)$ 图像在 $x=-1$ 时无定义

由图可知 $a>1$，且图像关于 y 轴对称。当 $x>0$ 时，当 $\log_a^{|3+1|}<1$ 且 $\log_a^{|5+1|}>1$ 时，

函数 $g(x)=\log_a|x+1|$ 图象与 $f(x)$ 图象恰有 5 个不同的公共点，

故当函数 $g(x)=\log_a|x+1|$ 的图象与 $f(x)$ 的图象恰有 10 个不同的公共点时，实数 a 取值范围为 $(4,6)$

11.已知单调递增数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $2S_n=a_n(a_n+1)(n\in N^*)$，且 $S_n>0$，记数列 $\{2^n\cdot a_n\}$ 的前 n

项和为T_n，则使得$T_n>2020$成立的n的最小值为

$A.\ 7$　　　　$B.\ 8$　　　　$C.\ 10$　　　　$D.\ 11$

答案：B

解析：因为$2S_n=a_n(a_n+1)(n\in N^*)$，所以$2S_{n-1}=a_{n-1}(a_{n-1}+1)(n\geq 2,n\in N^*)$，

$2a_n=a_n(a_n+1)-a_{n-1}(a_{n-1}+1)$，$a_n^2-a_n-a_{n-1}^2-a_{n-1}=0$，$(a_n+a_{n-1})(a_n-a_{n-1}-1)=0(n\geq 2,n\in \mathrm{N}^*)$，

因为$\{a_n\}$是单调递增数列且$S_n>0$，所以$a_n>0$，$a_n+a_{n-1}>0(n\geq 2,n\in \mathrm{N}^*)$，

所以$a_n-a_{n-1}-1=0$，$a_n-a_{n-1}=1(n\geq 2,n\in N^*)$，当$n=1$时，$2a_1=a_1(a_1+1)$，解得$a_1=0$（舍）或$a_1=1$，

所以$a_n=n(n\in N^*)$，$2^n\cdot a_n=n\cdot 2^n$，

$T_n=n\cdot 2^n+(n-1)\cdot 2^{n-1}+\cdots+2\cdot 2^2+1\cdot 2^1$，$2T_n=n\cdot 2^{n+1}+(n-1)\cdot 2^n+\cdots+2\cdot 2^3+1\cdot 2^2$，

$2T_n-T_n=n\cdot 2^{n+1}-(2^n+\cdots+2^3+2^2+2^1)$，$T_n=n\cdot 2^{n+1}-(2^{n+1}-2)=(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$，

若$T_n>2020$，则$(n-1)\cdot 2^{n+1}+2>2020$，$(n-1)\cdot 2^{n-1}>504.5$，

经计算得$6\times 2^6=384<504.5$，$7\times 2^7=896>504.5$，故而使得$T_n>2020$成立的n的最小值为8，选B．

12.若$0<x_1<x_2<1$，则下列结论正确的是

$A.\ \ln\dfrac{x_1}{x_2}<e^{x_1}-e^{x_2}$　　$B.\ \ln\dfrac{x_1}{x_2}>e^{x_1}-e^{x_2}$　　$C.\ \dfrac{x_1}{x_2}>\sqrt{e^{x_1-x_2}}$　　$D.\ \dfrac{x_1}{x_2}<\sqrt{e^{x_1-x_2}}$

答案：D

解析：设$f(x)=e^x-\ln x$，则$f'(x)=\dfrac{xe^x-1}{x}$，有$f'(e^{-1})=\dfrac{e^{-1}e^{e^{-1}}-1}{e^{-1}}<\dfrac{e^{-1}e^1-1}{e^{-1}}=0$，$f'(1)=e-1>0$，

所以$\exists x_0\in(e^{-1},1)$，$f'(x_0)=0$，当$x\in(e^{-1},x_0)$时，$f(x)$单调递减，当$x\in(x_0,1)$时，$f(x)$单调递增，

所以$\exists x_1\in(e^{-1},x_0)$，$x_2\in(x_0,1)$，$e^{x_1}-\ln x_1=e^{x_2}-\ln x_2$，即$\ln\dfrac{x_1}{x_2}=e^{x_1}-e^{x_2}$，故而选项$A$，$B$均不正确；

设$g(x)=\dfrac{1}{x}e^{\frac{x}{2}}$，则$g'(x)=\dfrac{1}{2x^2}(x-2)e^{\frac{x}{2}}$，$\forall x\in(0,1)$，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，

所以当$0<x_1<x_2<1$时，$\dfrac{1}{x_1}e^{\frac{x_1}{2}}>\dfrac{1}{x_2}e^{\frac{x_2}{2}}$，$e^{\frac{x_1-x_2}{2}}>\dfrac{x_1}{x_2}$，$\dfrac{x_1}{x_2}<\sqrt{e^{x_1-x_2}}$，选$D$．

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 已知集合$A=\{x|x<-1$或$x\geq 0\}$，$B=\{x|a\leq x<a+2\}$，若$A\cup B=R$，则实数a的取值范围是：

答案：$[-2,-1]$

解析：因为 $A\cup B=R$ ，所以 $a\le -1,a+2\ge 0$ ，所以 a 的取值范围是 $-2\le a\le -1$.

14. 函数 $y=xe^x$ 的递减区间是__________.

答案：$(-\infty,-1)$

解析：函数 $y=xe^x$ 的导数为 $y'=e^x+xe^x=e^x(x+1)$ ，由 $x+1<0$ ，得 $x<-1$ ，故函数 $y=xe^x$ 的单调递减区间为 $(-\infty,-1)$.

15.已知 $f(x)=x^3-3x$ ，过点 $A(1,m)(m\ne -2)$ 作曲线 $f(x)$ 的切线恰有三条，则实数 m 的取值范围为

答案：$(-3,-2)$

解析：$f'(x)=3x^2-3$ ，设切线为 (x_0,y_0) ，则 $f'(x_0)=3{x_0}^2-3$

切线方程为 $y-({x_0}^3-3x_0)=(3{x_0}^2-3)(x-x_0)$ ，该切线过点 $A(1,m)$ ，

则 $m-({x_0}^3-3x_0)=(3{x_0}^2-3)(1-x_0)$ ，即 $m=-2{x_0}^3+3{x_0}^2-3$ ，

设 $g(x)=-2x^3+3x^2-3$ ，$g'(x)=-6x^2+6x$

令 $g'(x)=0$ 解得 $x=1或0$ ，易知极大值 $g(1)=-2$ ，极小值 $g(0)=-3$ ，

要过点 $A(1,m)(m\ne -2)$ 使 $f(x)$ 的切线恰有三条，则 $-3<m<-2$

16.在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1,a_2=2,a_{n+2}=a_{n+1}+2a_n(n\in N^*)$ ，记 $c_n=3^n-2\times(-1)^n\lambda a_n$ ，若对任意的 $n\in N^*$ ，$c_{n+1}>c_n$ 恒成立，则实数 λ 的取值范围为

答案：$-\frac{3}{2}<\lambda<1$

解析：由 $a_{n+2}=a_{n+1}+2a_n$ 得 $a_{n+2}-2a_{n+1}=-(a_{n+1}-2a_n)$ ，则有 $a_{n+1}-2a_n=0$ ，则 $a_n=2^{n-1}$

由 $c_n=3^n-2\times(-1)^n\lambda a_n$ 得 $c_{n+1}=3^{n+1}-2\times(-1)^{n+1}\lambda a_{n+1}$ ，结合 $c_{n+1}>c_n$ 得 $3^{n-1}>(-2)^{n-1}\lambda$

当 n 为奇数时 $\lambda<(\frac{3}{2})^{n-1}$ ，当 n 为偶数时 $\lambda>(-\frac{3}{2})^{n-1}$ ，

对任意的 $n\in N^*$ ，$c_{n+1}>c_n$ 恒成立，则 $-\frac{3}{2}<\lambda<1$

三、解答题（本大题共 4 小题，共 40 分，解答需要些出文字说明、证明过程或演算步骤）

17 .（本小题满分 8 分）.已知集合 $A=\{x|x^2-2x\le 0\},B=\{y|y=2^x,x\in A\},D=B\cap(\complement_R A)$ ，

（1） 求 D

（2） 若函数 $f(x)=x^2+\log_2 x,x\in D$ 求 $f(x)$ 的值域；

答案：(1) $D=(2,4]$ (2) $(5,18]$

解析：(1) $A=\{x|0\le x\le 2\},B=\{y|1\le y\le 4\},D=\{x|2<x\le 4\}$

(2) $f(x)$在$D=\{x|2<x\le 4\}$上单调递增，则 $f(x)$的值域为$(5,18]$

18.(本小题满分10分)已知 $f(x)=\log_a\frac{x+b}{1-x}, f(0)=0, f(\frac{1}{3})=1$.

(1)求 $f(x)$的解析式；

(2)判断函数 $f(x)$的单调性，并说明理由.

答案：(1) $f(x)=\log_2\frac{x+1}{1-x}$；(2) $f(x)$在$(-1,1)$上单调递增.

解析：(1) $\because f(0)=0, f(\frac{1}{3})=1$，$\therefore \log_a b=0=\log_a 1,\log_a\frac{\frac{1}{3}+x}{\frac{2}{3}}=1=\log_a a$，解得 $\therefore\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$，

$\therefore f(x)=\log_2\frac{x+1}{1-x}$.

(2)由$\frac{x+1}{1-x}>0$得$-1<x<1$，令$u=\frac{x+1}{1-x}=-(1+\frac{2}{x-1})$，则$f(u)=\log_2 u$，因为$u(x)$在$(-1,1)$上是增函数，$f(u)=\log_2 u$在$(-1,1)$上是增函数，根据同增异减性可知 $f(x)$在$(-1,1)$上单调递增.

19.(本小题满分10分)已知数列 $\{a_n\}$的前项和 $S_n=\frac{2}{3}\times(4^n-1)$，数列 $\{b_n\}$满足 $a_n=2^{b_n}$

(1)求数列 $\{b_n\}$通项公式；

(2)若数列 $\{c_n\}$满足：$c_1=1,c_{n+1}=\frac{b_n}{b_{n+2}}c_n,T_n$是数列 $\{c_n\}$的前项和，证明：$T_n<\frac{3}{2}$

答案：(1) $b_n=2n-1$；(2)见解析

解析：(1)当 $n=1$时，$a_1=S_1=2$，当 $n\ge 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2\times 4^{n-1}=2^{2n-1}$

综上所述，$a_n=2^{2n-1},n\in N^*$，所以 $b_n=2n-1$

(2) $c_{n+1}=\frac{2n-1}{2n+1}c_n,\because\frac{c_2}{c_1}\cdot\frac{c_3}{c_2}\cdot\frac{c_4}{c_3}\cdots\frac{c_n}{c_{n-1}}=\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{5}{9}\cdots\frac{2n-3}{2n+1}$

$c_1=1,\therefore c_n=\frac{3}{(2n+1)(2n-1)}=\frac{3}{2}(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})$，$\therefore T_n=\frac{3n}{2n+1}=\frac{3}{2+\frac{1}{n}}<\frac{3}{2}$

20.(本小题满分12分)已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-mx+\ln x(m\in R)$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1,x_2，且 $|x_1-x_2|\le\frac{15}{4}$，求 $|f(x_1)-f(x_2)|$ 的最大值．

答案：（1）见解析；（2）$\frac{255}{32}-4\ln 2$．

解析：（1）$f(x)=\frac{1}{2}x^2-mx+\ln x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

$f'(x)=x-m+\frac{1}{x}=\frac{x^2-mx+1}{x}$，令 $f'(x)=0$，则 $x^2-mx+1=0$，$\Delta=m^2-4$，

当 $\Delta\le 0$ 即 $m^2-4\le 0$，$-2\le m\le 2$ 时，$f'(x)\ge 0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；

当 $\Delta>0$ 即 $m^2-4>0$，$m<-2$ 或 $m>2$ 时，$x^2-mx+1=0$ 有两个不同的实数根 $x_1=\frac{m-\sqrt{m^2-4}}{2}$，

$x_2=\frac{m+\sqrt{m^2-4}}{2}$，

若 $m<-2$，则 $x_1,x_2<0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；

若 $m>2$，则 $x_1,x_2>0$，$f(x)$ 在 $(0,x_1)$ 和 $(x_2,+\infty)$ 上单调递增，在 (x_1,x_2) 上单调递减．

综上所述，当 $m\le 2$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

当 $m>2$ 时，$f(x)$ 在 $(0,\frac{m-\sqrt{m^2-4}}{2})$ 和 $(\frac{m+\sqrt{m^2-4}}{2},+\infty)$ 上单调递增，在 $(\frac{m-\sqrt{m^2-4}}{2},\frac{m+\sqrt{m^2-4}}{2})$ 上单调递减．

（2）因为 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1,x_2，由（1）可知 $m>2$，且 x_1,x_2 为方程 $x^2-mx+1=0$ 的两根，

不妨设 $x_1<x_2$，则有 $0<x_1<1<x_2$，

因为当 $m>2$ 时，$f(x)$ 在 (x_1,x_2) 上单调递减，所以 $|f(x_1)-f(x_2)|=\frac{1}{2}(x_1^2-x_2^2)-m(x_1-x_2)+\ln\frac{x_1}{x_2}$，

根据韦达定理，有 $\begin{cases}x_1+x_2=m\\ x_1x_2=1\end{cases}$，所以 $|f(x_1)-f(x_2)|=\frac{1}{2}(x_1^2-x_2^2)-(x_1+x_2)(x_1-x_2)+\ln\frac{x_1}{x_2}$

$=-\frac{1}{2}(\frac{1}{x_2^2}-x_2^2)-\ln x_2^2=\frac{x_2^2}{2}-\frac{1}{2x_2^2}-\ln x_2^2$，令 $t=x_2^2$，则 $t>1$，

设 $g(t)=\frac{t}{2}-\frac{1}{2t}-\ln t$，则 $g'(t)=\frac{(t-1)^2}{2t^2}\ge 0$，所以 $g(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

因为 $|x_1-x_2|\le\frac{15}{4}$，所以 $x_2-\frac{1}{x_2}\le\frac{15}{4}$，$4x_2^2-15x_2-4\le 0$，$\frac{1}{4}\le x_2\le 4$，

又因为$0<x_1<1<x_2$，所以$1<x_2\le 4$，$1<x_2^2\le 16$，$1<t\le 16$，

所以$0<g(t)\le 8-\frac{1}{32}-\ln 16$，即$0<|f(x_1)-f(x_2)|\le\frac{255}{32}-4\ln 2$，$|f(x_1)-f(x_2)|$的最大值为$\frac{255}{32}-4\ln 2$．

【选修 4-4】极坐标与参数方程

一、选择题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将其字母标号填入下表相应的位置）

1.在极坐标系中，点P为曲线$\rho(\cos\theta-\sin\theta)+2=0$上任意一点，则点$P$到极点的距离的最小值为

A.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B.1　　C.$\sqrt{2}$　　D.2

【答案】: C

解析：曲线直角坐标方程为$x-y+2=0$，最短距离为点O到直线$x-y+2=0$的距离为$\sqrt{2}$.

2.在平面直角坐标系中，参数方程$\begin{cases}x=1-t^2\\y=1+t^2\end{cases}$（$t$为参数）表示的曲线是

A.一条直线　　B.一个圆　　C.一条线段　　D.一条射线

答案：D

解析：此参数方程对应的普通方程为$x+y-2=0(x\le 1)$，所以表示一条射线.

二、填空题（本大题共二小题，每小题 5 份，共 10 分）

3.曲线$\begin{cases}x=\cos\theta+\sin\theta\\y=1+\sin 2\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）的普通方程是

答案：$y=x^2(-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2})$.

解析：由题知，$x^2=\cos^2\theta+\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta=1+\sin 2\theta=y$，又$\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\sin(\theta+\frac{\pi}{4})$，所以$-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}$，即普通方程为$x^2=y(-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2})$.

4.在极坐标系中，直线$\theta=\alpha(0\le\alpha<\pi,\rho\in R)$被曲线$\rho^2-12\rho\sin\theta+11=0$截得的弦长为$8$，则$\alpha=$

答案：$\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$

解析：将直线$\theta=\alpha(0\le\alpha<\pi,\rho\in R)$代入曲线$\rho^2-12\rho\sin\theta+11=0$

弦长为$|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{(\rho_1+\rho_2)^2-4\rho_1\rho_2}=\sqrt{144\sin^2\alpha-44}=8$求得$\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$从而得到$\alpha=\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$

三、解答题（本大题共 1 小题，共 10 分，解答需写出文字说明、证明过程或演算步骤）

5.（本小题满分 10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=\frac{1}{2}t \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t-1 \end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=-4\sin\theta$。

（1）写出曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的直角坐标方程；

（2）设点 P 的直角坐标为 $(0,-1)$，若曲线 C_1,C_2 相交于 A,B 两点（不是原点），求 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}$ 的值。

答案：（1）曲线 C_1 的普通方程 $y=\sqrt{3}x-1$，曲线 C_2 的直角坐标方程 $x^2+y^2+4y=0$；（2）$\frac{\sqrt{15}}{3}$

解析：（1）$t=2x$ 代入 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}t-1$ 得到曲线 C_1 的普通方程 $y=\sqrt{3}x-1$，曲线 C_2 的极坐标方程 $\rho=-4\sin\theta$，式子两端同乘以 ρ，得曲线 C_2 的直角坐标方程 $x^2+y^2+4y=0$

（2）曲线 C_1 的参数方程 $\begin{cases} x=\frac{1}{2}t \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t-1 \end{cases}$（$t$ 为参数）代入曲线 C_2 的直角坐标方程 $x^2+y^2+4y=0$ 得

$t^2+\sqrt{3}t-3=0$，点 P 在 C_1 上，设 A,B 两点所对应的曲线 C_2 的参数为 t_1,t_2，则 $t_1<0,t_2>0$

$\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}=\left|\frac{1}{t_1}-\frac{1}{t_2}\right|=\left|\frac{t_1-t_2}{t_1t_2}\right|=\frac{\sqrt{15}}{3}$

【选修 4-5】不等式选讲

一、选择题（本大题共 2 小题，每下题 5 分，共 10 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将其字母标号填入下表相应的位置）

1.不等式 $|2x+1|\le 3$ 的解集为

$A.[-1,2]$　　$B.(-\infty,-2]\cup[1,+\infty)$　　$C.(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$　　$D.[-2,1]$

答案：D.

解析：$\because |2x+1|\le 3$，$\therefore -3\le 2x+1\le 3$，$\therefore -2\le x\le 1$。$\therefore$ 不等式 $|2x+1|\le 3$ 的解集为 $[-2,1]$。

2.若关于 x 的不等式 $|x+1|+|x-m|<3$ 有实数解，则实数 m 的取值范围为

$A.(2,+\infty)$　　$B.(-2,4)$　　$C.(-4,2)$　　$D.(-\infty,-4]$

答案：C.

解析：$|x+1|+|x-m|$表示数轴上x对应的点到-1和m对应的点的距离之和，它的最小值等于$|m+1|$。

有题意可得$|m+1|<3$成立，解得$-4<m<2$，$\therefore$实数m的取值范围为$(-4,2)$，故选：C.

二、填空题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

3.不等式$|2x-1|>2-x$的解集为：

答案：$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

解析：当$x\geq\frac{1}{2}$时，原不等式可化为$2x-1>2-x$，即$x>1$；

当$x<\frac{1}{2}$时，原不等式可化为$1-2x>2-x$，即$x<-1$，

综上，不等式$|2x-1|>2-x$的解集为$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$。

4.若函数$f(x)=\sqrt{|2x+1|-|x+1|-a}$的定义域为$R$，则实数$a$的取值范围为：

答案：$(-\infty,-\frac{1}{2}]$

解析：函数$f(x)=\sqrt{|2x+1|-|x+1|-a}$的定义域为$R$，即$\forall x\in R,\ |2x+1|-|x+1|-a\geq 0$恒成立，即

$|2x+1|-|x+1|\geq a$，令$g(x)=|2x+1|-|x+1|$，即$a\leq g(x)_{\min}$；$g(x)=\begin{cases}-x, x\leq -1\\ -3x-2, -1<x\leq -\frac{1}{2}\\ x, x>-\frac{1}{2}\end{cases}$，

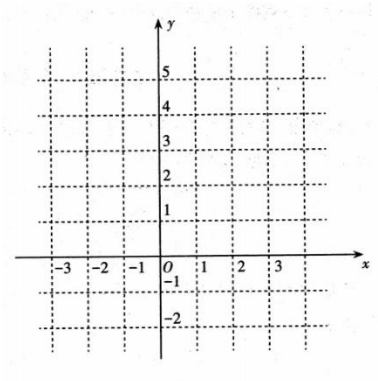
$g(x)_{\min}=g(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}$，$\therefore a\leq-\frac{1}{2}$，$\therefore$实数$a$的取值范围为$(-\infty,-\frac{1}{2}]$。

三、解答题（本大题共 1 小题，共 10 分，解答需写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

5.已知$f(x)=|2x-1|+|x+1|$。

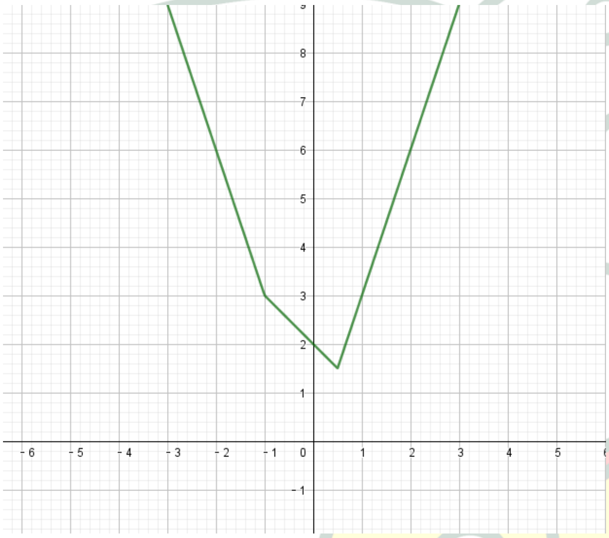
（1）画出函数$f(x)$的图像；

（2）求不等式$f(x)<f(x-1)$的解集。

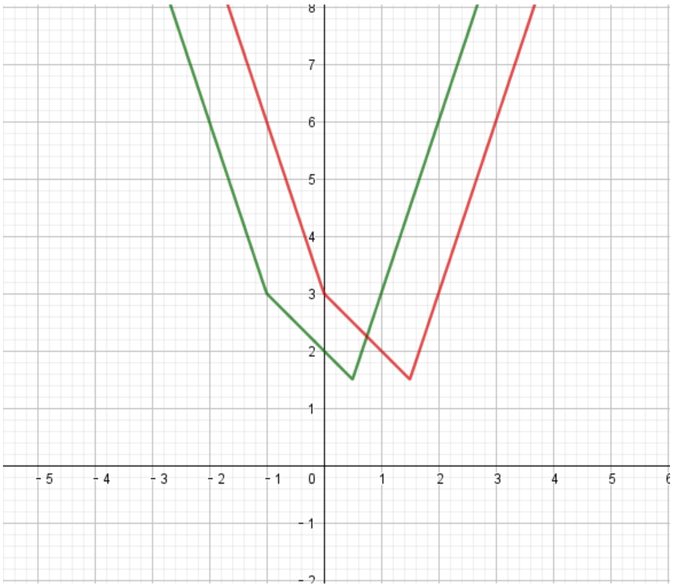


答案：（1）略；（2）$(-\infty,\frac{3}{4})$。

解析：（1）$f(x)=\begin{cases}-3x, x\in(-\infty,-1)\\ -x+2, x\in[-1,\frac{1}{2}]\\ 3x, x\in(\frac{1}{2},+\infty)\end{cases}$，作出 $f(x)$ 的图像如下图所示：



（2）由题 $f(x-1)$ 是将 $f(x)$ 的图像向右平移一个单位得到的，从图像中解得交点为 $(\frac{3}{4},\frac{9}{4})$，$\therefore$ 满足 $f(x)<f(x-1)$ 的 x 的解集为 $(-\infty,\frac{3}{4})$。


8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-5
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
6