2020-2021 学年第一学期九年级期中质量检测 数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将字母序号填入下表相应位置.

1．方程 $x^2-x=0$ 的解是（　　）

A．$x_1=1,x_2=0$　　B．$x=1$　　C．$x_1=-1,x_2=0$　　D．$x_1=1,x_2=-1$

【答案】 A

【考点】 一元二次方程的解

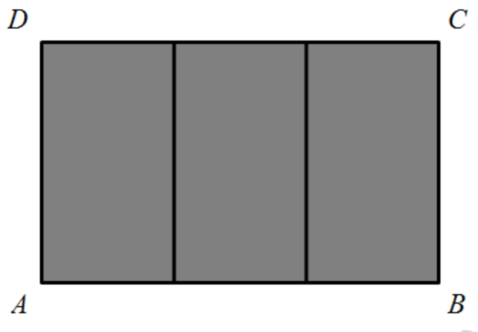
2．一枚质地均匀的普通骰子，抛掷 6 次没有 1 次点数 1 朝上，那么第 7 次抛掷，点数 1 朝上的概率是（　　）

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．1　　D．0

【答案】 A

【考点】概率

3．如图，一块矩形 $ABCD$ 绸布的长 $AB=a$，宽 $AD=1$，按照图中的方式将它裁成相同的三面矩形彩旗，如果裁出的每面彩旗与矩形 $ABCD$ 绸布相似，则 a 的值等于（　　）



A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

【答案】 B

【考点】相似矩形

4．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx+6=0$，它的一个根是 $x=3$，则 m 的值为（　　）

$A.-5$　　$B.-2$　　$C.2$　　$D.5$

【答案】 D

【考点】一元二次方程的根

one on one 1对1

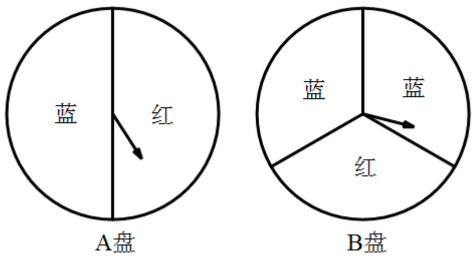
5．已知四条线段 a,b,c,d 满足 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 则下列等式一定成立的是（　　）

A． $\frac{a}{d}=\frac{c}{\mathrm{b}}$　　B． $\frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}$　　C． $\frac{a^2}{b}=\frac{c^2}{d}$　　D． $\frac{2a+c}{2\mathrm{d}+b}=\frac{a}{b}$

【答案】 B

【考点】比例的性质

6．如图，A，B 是两个可以自由转动的转盘，每个转盘都被分成面积相等的几个扇形，同时转动两个转盘，如果一个转盘的指针指向红色，另一个转盘的指针指向蓝色，那么可以配成紫色；如果一个指针指在分界线上，则重新转动两个转盘，现同时转动两个转盘，配成紫色的概率是（　　）



A． $\frac{1}{9}$　　B． $\frac{1}{6}$　　C． $\frac{1}{3}$　　D． $\frac{1}{2}$

【答案】D

【考点】概率

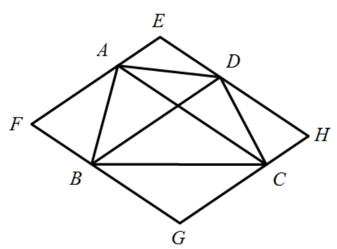
7．下列方程中，有两个相等的实数根的方程是（　　）

A． $x^2+3=0$　　B． $x^2+x=0$　　C． $x^2+2x=-1$　　D． $x^2=1$

【答案】 C

【考点】一元二次方程根的判别

8．如图，在四边形 $ABCD$ 中，分别过点 A，点 C 作对角线 BD 的平行线，再分别过点 B，点 D 作对角线 AC 的平行线，这四条直线依次相交于点 F，G，H，E．若四边形 FGHE 为菱形，则四边形 $ABCD$ 具有的性质是（　　）



A． $AB=CD$　　B． $\angle BAD=\angle ACD$　　C． $AC\perp BD$　　D． $AC=BD$

【答案】 D

【考点】菱形的判定

9．在《代数学》中记载了求方程 $x^2+8x=33$ 正数解的几何方法：如图 1，先构造一个面积为 x^2 的正方形，再以正方形的边为一边向外构造四个面积为 $2x$ 的矩形，得到大正方形的面积为 $33+16=49$，则该方程的正数解为 $7-4=3$．小明尝试用此方法解关于 x 的方程 $x^2+10x+c=0$ 时，构造出如图 2 所示的正方形．已知图 2 中阴影部分的面积和为 39，则该方程的正数解为（　　）

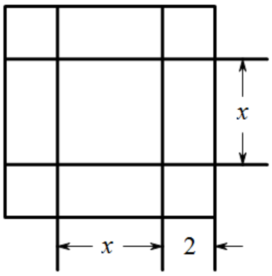


图1

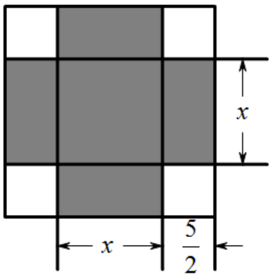


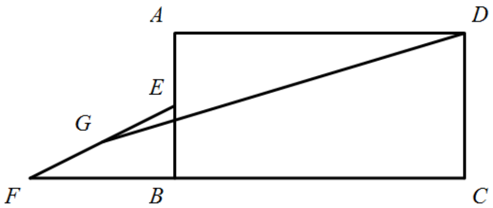
图2

A． $2\sqrt{3}$　　　B． 2　　　C． 3　　　D． $4\sqrt{5}$

【答案】C

【考点】利用几何面积求解一元二次方程

10．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=8$，点 E 是 AB 的中点，延长 CB 到点 F，使 $BF=\frac{1}{2}BC$，连接 EF．连接点 D 与线段 EF 的中点 G．



请从 A，B 两题中任选一题作答．

A．线段 DG 的长等于（　　）

A． $4\sqrt{10}$　　　B． $\sqrt{109}$　　　C． $4\sqrt{5}$　　　D． $2\sqrt{26}$

B．如果将△BEF 绕点 B 顺时针旋转，那么在旋转的过程中，线段 DG 长的最大值是（　　）

A． $5\sqrt{5}$　　　B． $6\sqrt{5}$　　　C． $3\sqrt{17}$　　　D． $8\sqrt{5}$

【答案】A： B； B： A

【考点】A：平行线分线段成比例；勾股定理

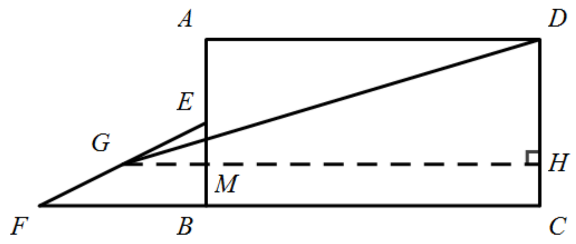
B：利用三角形三边关系求线段最值

one on · one 1对1

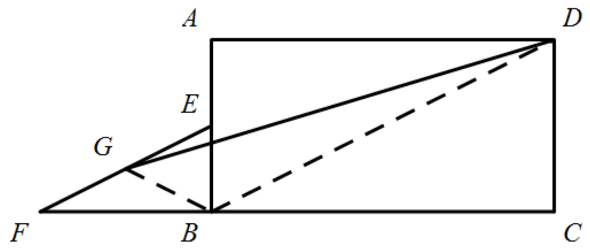
【解析】

A：如图所示，过点 G 作$GH\perp CD$于点 H，交 AB 于点 M．构建$Rt\triangle GHD$．

通过平行线分线段成比例计算出线段$GH=10$，$DH=3$，由勾股定理可得$GD=\sqrt{109}$．



B：如图所示，连接 BG，BD，通过$\triangle GBD$三边关系可得$GD<BG+BD$，当 G，B，D 三点共线的时候，DG 最大为$5\sqrt{5}$．



二、填空题（本大题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分）把答案直接写在题中的横线上．

11．写出一个既是中心对称图形又是轴对称图形的四边形，则该四边形可能是_______．

【答案】答案不唯一，菱形、矩形、正方形

【考点】特殊平行四边形的对称性

12．足球是一项非常古老的运动，最早起源于中国，是全球体育界最具有影响力的单项体育运动．现从一批足球中随机抽检部分足球的质量，统计结果如下表：

抽取的足球数 n（个）	100	200	400	600	1000	1500	2000
优等品的频数 m（个）	93	192	380	561	938	1413	1878
优等品的频率 $\frac{m}{n}$	0．93	0．96	0．95	0．935	0．938	0．942	0．939

据此推测，从这批足球中随机抽取一个足球是优等品的概率是_______．（结果精确到 0．01）

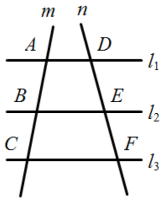
【答案】0.94

【考点】用频率估计概率

13．如图，直线$l_1\parallel l_2\parallel l_3$，分别交直线 m，n，于点$A$，$B$，$C$和点$D$，$E$，$F$，若$AB=8$，$BC=6$，$DF=21$，

one on one · 1对1

则 EF 的长为_______.



【答案】 $EF=9$

【考点】平行线分线段成比例

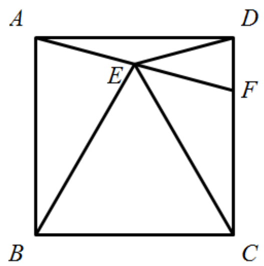
14．《九章算术》“勾股”章有一题：“今有户高多余广六尺八寸，两隅相去适一丈，问户高，广各几何，”其大意是说：已知长方形门的高比宽多 6 尺 8 寸，门的对角线长 1 丈，那么门的高和宽各是多少？若设门的宽为 x 尺，根据题意列出的方程是________________．（注：1丈$=10$尺,1尺$=10$寸）

【答案】 $x^2+(x+6.8)^2=10^2$

【考点】一元二次方程的应用

15．如图，在边长为 6cm 的正方形 $ABCD$ 中，以 BC 为边在正方形 $ABCD$ 内作等边$\triangle BCE$，连接 AE 并延长交 DC 于点 F，连接 DE．

请从 A，B 两题中任选一题作答．



A．$\angle AED$ 的度数等于_______．

B．线段 DF 的长是_______ cm．

【答案】A．150°； B．$(12-6\sqrt{3})$

【考点】特殊的平行四边形；正方形三角形的结合

【解析】 A: $\angle AED=150°$

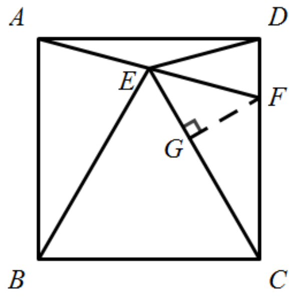
∵△BEC 是等边三角形 $\therefore BE=BC,\ \angle EBC=60°$

∵四边形 ABCD 是正方形 $\therefore AB=BC,\ \angle ABC=90°$

$\therefore AB=BE,\ \angle ABE=\angle ABC-\angle EBC=30°$ $\therefore \angle BAE=\dfrac{180°-30°}{2}=75°$

one on · one 1对1

$\therefore \angle EAD=15°$，同理可得$\angle ADE=15°$?$\therefore \angle AED=150°$



B: $DF=$过点F作$FG\perp EC$交EC于点G

由（1）可得$\angle AEB=75°$，$\angle BEC=60°$，$\angle BCF=30°$ $\therefore \angle FEC=180°-\angle AEB-\angle BEC=45°$

设$FG=x$，则$EG=x$，　则有$\sqrt{3}x+x=6$　　解得：$x=3\sqrt{3}-3$

$\therefore FC=2\times(3\sqrt{3}-3)=6\sqrt{3}-6$　　$\therefore DF=DC-FC=6-(6\sqrt{3}-6)=12-6\sqrt{3}$

三、解答题（本大题共 8 个小题，共 55 分）解答题应写出必要的文字说明、推理过程和演算步骤.

16．16.（本题共两个小题，每小题 4 分，共 8 分）解方程:

（1）$2x^2-3x-1=0$　　　　（2）$x(x+5)=3(x+5)$

【答案】（1）$x_1=\dfrac{3+\sqrt{17}}{4}$，$x_2=\dfrac{3-\sqrt{17}}{4}$　　（2）$x_1=3$，$x_2=$-5

【考点】求解一元二次方程

【解析】（1）原方程中$\Delta=(-3)^2-4\times2\times(-1)=17>0$，

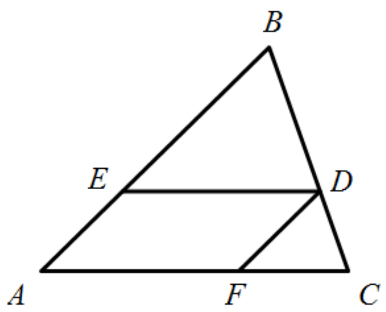
则$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-1)}}{2\cdot2}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$ $\therefore x_1=\dfrac{3+\sqrt{17}}{4}$，$x_2=\dfrac{3-\sqrt{17}}{4}$.

（2）原方程可变形为$(x-3)(x+5)=0$，

则$x_1=3$，$x_2=$-5 .

17．如图，在△ABC 中， 以点 A 为顶点作▱AEDF， 点 D 在边 BC 上， 点 E 在边 AB 上，点 F 在边 AC 上，若$BD=4$，$DF=3$，$BC=6$，求BE的长.

one on · one 1对1



【答案】$BE=6$

【考点】平行四边形性质，平行线分线段成比例

【解析】∵四边形 AEDF 为平行四边形，

$\therefore AE=DF=3$，$ED \parallel AF$，即$EF \parallel AC$，

∵平行线分线段成比例

$\therefore \dfrac{BE}{BA}=\dfrac{BD}{BC}$，即 $\dfrac{BE}{BE+EA}=\dfrac{BD}{BC}$，

$\because BD=4$，$DF=3$，$BC=6$，

$\therefore \dfrac{BE}{BE+3}=\dfrac{4}{6}$，$\therefore BE=6$，即$BE$的长为6.

18．（本题 6 分）

某市为打造“绿色城市”，积极投入资金进行河道治污与园林绿化两项工程．已知 2018 年投资 1000 万元，2020 年投资1690万元，求这两年投资的年平均增长率．

【答案】30%

【考点】一元二次方程增长率问题

【解析】解：设这两年投资的年平均增长率是x．

$1000(1+x)^2=1690$

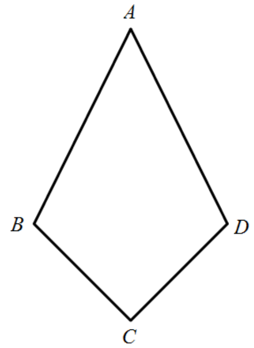
解得：$x_1=0.3$，$x_2=-2.3$（不合题意舍去）

答：这两年投资的年平均增长率是30%．

19．（本题 6 分）

我们研究四边形性质时，主要从四边形的角、边、对角线入手，把四边形对角的关系、对边的关系、对角线的关系称为该四边形的性质．如图，四边形$ABCD$中，$BC=CD$，$AB=AD$．请写出四边形 ABCD 的两条性质，并证明．

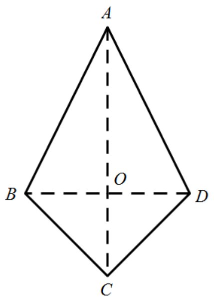
one on one · 1对1



【考点】三角形全等，垂直平分线的判定

【解析】性质有：① $\angle ABC = \angle ADC$，② AC 垂直平分 BD，③ AC平分$\angle BAD$和$\angle BCD$ （答案不唯一，符合要求，写出两条即可）

证明：连接 AC、BD 交于点 O



① 在$\triangle ABC$和$\triangle ADC$中，

$$\begin{aligned} AB &= AD \\ BC &= CD \\ AC &= AC \end{aligned}$$

$\therefore \triangle ABC \triangle ADC$

$\therefore \angle ABC = \angle ADC$

② $\because BC = CD$

$\therefore C$点在BD的垂直平分线上

$\because AB = AD$

$\therefore A$ 点在 BD 的垂直平分线上

$\therefore$直线 AC 是 BD 的垂直平分线

$\therefore AC$ 垂直平分 BD

③$\because \triangle ABC \triangle ADC$

$\therefore \angle BAC = \angle DAC$，$\angle BCA = \angle DCA$

$\therefore AC$平分$\angle BAD$和$\angle BCD$

20．（本题 6 分）

如图 1 是两张全等的三角形纸片 ABC 和 $A'B'C'$，$AB = AC$，$A'B' = A'C'$．现将两张纸片按如图 2 所示方式摆放，AB 与 $B'A'$ 重合，点 M，N 分别为边 BC，$B'C'$ 的中点，连接 AM，BN．求证：四边形 $AMBN$ 是矩形．

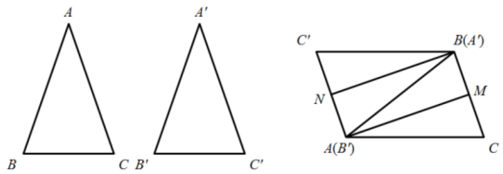


图1 图2

【答案】略（见解析）

【考点】特殊的平行四边形的判定

【解析】

$\because \Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$　$\therefore \angle C'B'A' = \angle CBA$，$B'C' = BC$　$\therefore AN \parallel BM$

又$\because$ 点 M，N 分别为边 BC，$B'C'$ 的中点　$\therefore AN = \frac{1}{2}B'C'$，$BM = \frac{1}{2}BC$

$\therefore AN = BM$　$\therefore$ 四边形 AMBN 是平行四边形

$\because AB = AC$，点 M 为边 BC 的中点

$\therefore AM \perp BC$　$\therefore \angle AMB = 90^0$　$\therefore$ 平行四边形 $AMBN$ 是矩形

21．（本题 6 分）

今年 5 月 11 日至 12 日，习近平总书记考察山西时指出，“要加强社区建设和管理，加强社区环境整治，…，增强太原人民的获得感、幸福感、安全感”．随后，全市上下认真学习和贯彻这一重要指示精神，掀起了创建全国文明城市的高潮．学校学生会和校团委积极响应，招募志愿者参加每周日进社区服务活动．小王、小华、小亮、小明四名同学主动报名，随机组成两个小组（每组各两人），到最近的两个社区进行服务．求小王和小华去同一个社区服务的概率．（画树状图或列表时，可用字母 W，H，L，M 分别代表小王、小华、小亮、小明四名同学）

【答案】$\frac{1}{3}$

【考点】概率计算

【解析】

one on · one 1对1

解：对于第一个小区安排两个人,恰好是小王和小华的概率，通过列表计算为：

	W	H	L	M
W		(H,W)	(L,W)	(M,W)
H	(W,H)		(L,H)	(M,H)
L	(W,L)	(H,L)		(M,L)
M	(W,M)	(H,M)	(L,M)	

由列表可知，共有12种可能出现的结果，每种结果出现的可能性相等，其中小王和小华去同一个社区服务的结果有2种，∴P（小王和小华去同一个社区服务）$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

同理，安排到第二个小区的可能性也是$\frac{1}{6}$，所以安排到同一个小区的概率为$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$.

22．（本题 8 分）口罩在疫情防控中起着非常重要的防护作用，主要是保护呼吸道，预防呼吸道飞沫的传播，减少病毒或细菌的侵袭，预防感染的作用，同时还可以预防有害物质的入侵，极大地减少交叉感染的几率，某药店新购进一批口罩进行销售，平均每天可售出500个，每个盈利0.6元．为了让利于民，药店决定采取适当的降价措施．根据以往的经验，如果每个口罩的售价每降价 0．1 元，那么平均每天多售出100个．

（1）若每个口罩的售价降价0.2元，则平均每天可售出________个；若每个口罩的售价降价x元，则平均每天可售出________个；

（2）该药店要想通过销售这种口罩，每天盈利达到240元，每个口罩的售价应降价多少元．

【答案】(1)700; （$1000x+500$）；（2)0.3元

【考点】一元二次方程利润问题

【解析】设：每个口罩的售价应降价y元?

$\frac{0.2}{0.1}\times100+500=700$；$\frac{y}{0.1}\times100+500=1000y+500$

解：根据题意得：$(0.6-y)(1000y+500)=240$

解得：$y_1=0.3, y_2=-0.2$

因为$-0.2<0$，不符合题意，所以舍去．所以$y=0.3$

答：每个口罩的售价应降价0.3元．

23．　(本题 9 分)综合与实践

one on one · 1对1

在学习了特殊的平行四边形后，“希望小组”的同学们利用课余时间对“纸片中的折叠问题”进行了探究．下面是他们对一张$\triangle ABC$纸片的操作过程:

第一步:沿过点A的直线将$\triangle ABC$纸片进行折叠，使边AC落在边AB上，然后展平得到折痕AD，点D在边BC上，如图1;

第二步:折叠纸片使点A与点D重合，展平后得到折痕EF，点E在边AB上，点F在边AC上，连接DE，DF，如图2;

第三步:沿过点E的直线折叠使EB落在射线ED上，沿过点F的直线折叠使FC落在FD上，展平后分别得到折痕EP，FQ，点P，Q在边BC上，如图3．

请解答他们提出的问题:

(1)在图2中，判断并证明四边形$AEDF$的形状;

(2)请从A，B两题中任选一题作答．

A．在图2中，若$\angle BAC=90°$，$AB=8$，$AC=6$，求四边形$AEDF$的面积．

B．在图3中，判断并证明PD，DQ的数量关系．

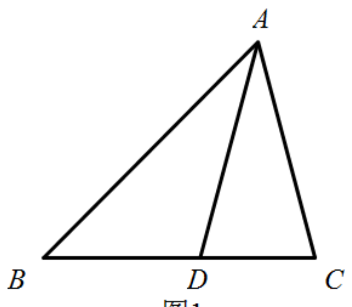


图1

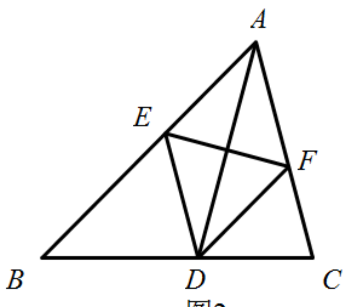


图2

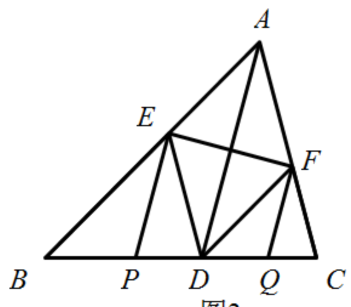


图3

【答案】（1）菱形（2）$\dfrac{576}{49}$ （3）$PD=DQ$

【考点】菱形的性质判定，正方形的性质判定，折叠的性质，平行线分线段成比例

【解析】 (1)四边形$AEDF$是菱形．

证明：由折叠知$\angle BAD=\angle CAD,\angle EAD=\angle EDA, AE=DE$

$\because \angle BAD=\angle CAD,\angle EAD=\angle EDA$ $\quad\therefore \angle CAD=\angle EDA,\therefore DE\parallel AF$

同理：$\therefore DF\parallel AE$ $\quad\therefore$四边形$AEDF$是平行四边形

$\because AE=DE$， $\quad\therefore \square AEDF$是菱形

one on one · 1对1

（2）设 AD 与 EF 交于 O

$\because$ ▱$AEDF$ 是菱形，$\angle BAC=90°$ $\therefore$ 菱形 $AEDF$ 是正方形

$\therefore \angle AED=90°$，$\angle AFD=90°$

$\because S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}$

$\therefore \frac{1}{2}AB\cdot AC=\frac{1}{2}AB\cdot ED+\frac{1}{2}AC\cdot FD$

$\frac{1}{2}\times 6\times 8=\frac{1}{2}\times 8\times ED+\frac{1}{2}\times 6\times FD$

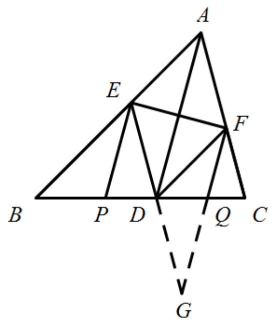
又 $\because DE=DF$

$\frac{1}{2}\times 6\times 8=\frac{1}{2}\times 8\times ED+\frac{1}{2}\times 6\times ED$

$\therefore ED=\frac{24}{7}$

$S_{四边形AEDF}=AE^2=(\frac{24}{7})^2=\frac{576}{49}$.

B．【证法一】$PD=DQ$



延长 ED，FQ 交于点 G

$\because$ 折叠 $\therefore \angle PED=\angle BEP=\frac{1}{2}\angle BED$

又 $\because ED\parallel AF$ $\therefore \angle BED=\angle BAC$ $\therefore \angle BEP=\angle EAD$ $\therefore EP\parallel AD$

同理 $FQ\parallel AD$ $\therefore EP\parallel FQ$ $\therefore \angle PED=\angle DGQ$

又 $\because \angle PED=\angle DFQ=\frac{1}{2}\angle BAC$ $\therefore \angle DGQ=\angle DFQ$ $\therefore ED=DG$

在 $\triangle APD$ 和 $\triangle GQD$ 中

one on · 1对1 one

$$\begin{cases}\angle PED=\angle DGQ\\ ED=DG\\ \angle EDP=\angle GDQ\end{cases}$$

$\therefore \Delta PED\cong\Delta DGQ$ $\quad\therefore PD=DQ$

【证法二】由法一证得 $EP\parallel AD\parallel FQ$

$\because$ 菱形 $AEDF$

$\therefore EO=FO$

又 $\because EP\parallel AD\parallel FQ$

$\therefore \dfrac{DQ}{PD}=\dfrac{FO}{EO}=1$，$\therefore PD=DQ$