柳州市2021届高三毕业班第一次模拟考试卷

理科数学

（考试时间 120分钟 满分 150分）

注意：1.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2.所有答案请在答题卡上作答，在本试卷和草稿纸上作答无效.答题前请仔细阅读答题卡上的"注意事项"，按照"注意事项"的规定答题.

3.做选择题时，如需改动，请用橡皮将原选答案擦干净，再选涂其他答案.

第Ⅰ卷（选择题，共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知复数 z 满足 $(2-i)z=1+2i$（其中i为虚数单位），则 $|z|$ （ B ）

A.5　　B.1　　C.i　　D.$-i$

2.设集合 $A=\{x|x^2+x-2\le 0\}$，$B=\{x||x|\le m\}$，若 $A\cup B=\{x|-2\le x\le 2\}$，则实数 m （ A ）

A.2　　B.1　　C.-1　　D.-2

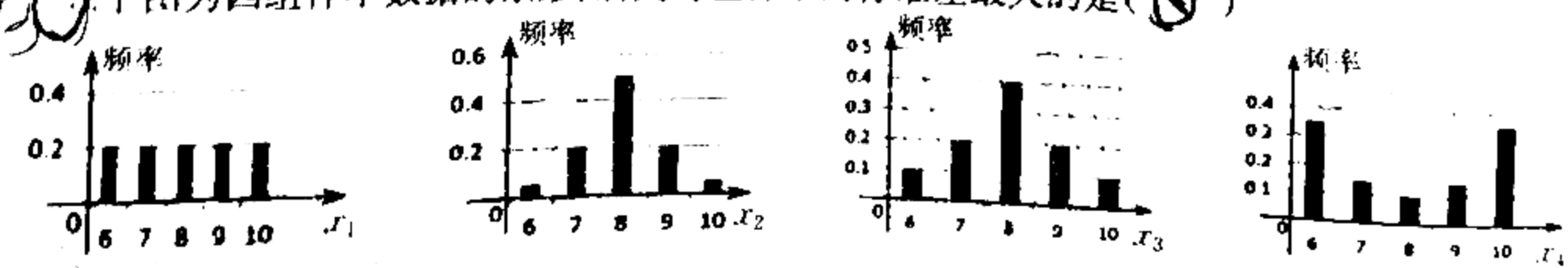
3.已知 x、y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-2\ge 0\\ x-y-2\le 0\\ y\le 2\end{cases}$，则 $z=2x+y$ 的最小值为（ A ）

A.2　　B.4　　C.6　　D.10

4.《周髀算经》是我国古老的天文学和数学著作，其书中记载：一年有二十四个节气，每个节气晷长损益相同（晷是按照日影测定时刻的仪器，晷长即为所测影子的长度），夏至、小暑、大暑、立秋、处暑、白露、秋分、寒露、霜降是连续的九个节气，其晷长依次成等差数列.经记录测算，这九个节气的所有晷长之和为49.5尺，夏至、大暑、处暑三个节气晷长之和为10.5尺，则立秋的晷长为（ D ）

A.1.5尺　　B.2.5尺　　C.3.5尺　　D.4.5尺

5.下图为四组样本数据的条形图，则对应样本的标准差最大的是（ B ）

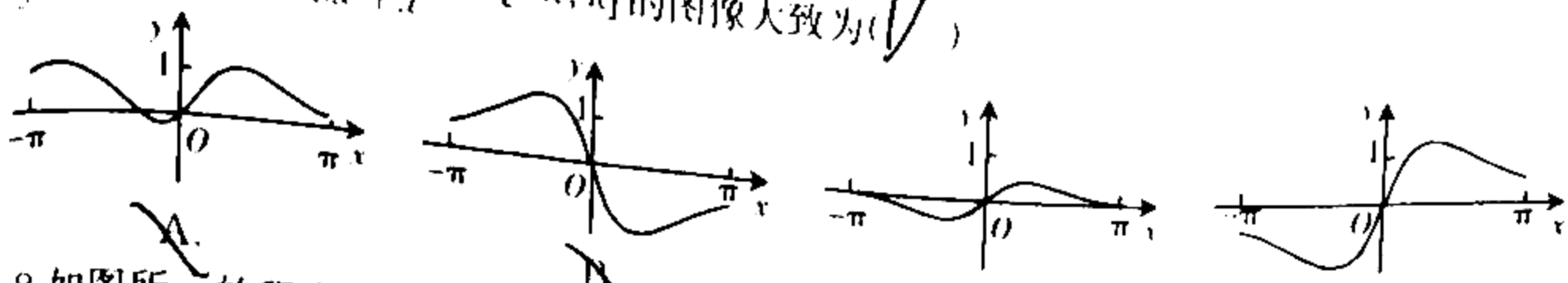


A.　　B.　　C.　　D.

6.已知 $2\cos^2\alpha=3\sin\alpha$，则 $\cos 2\alpha=$（ C ）

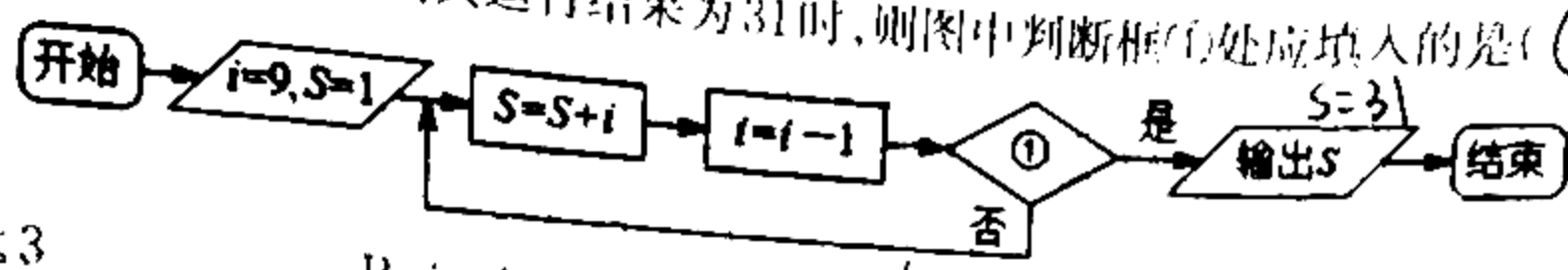
A.$-\frac{1}{9}$　　B.$\frac{1}{9}$　　C.$\frac{1}{2}$　　D.$-\frac{1}{2}$

7.函数 $f(x)=\dfrac{\sin x+x}{\cos x+x^2}$ 在 $[-\pi,\pi]$ 的图像大致为(D)



A. B. C. D.

8.如图所示的程序框图，当其运行结果为31时，则图中判断框①处应填入的是(C).

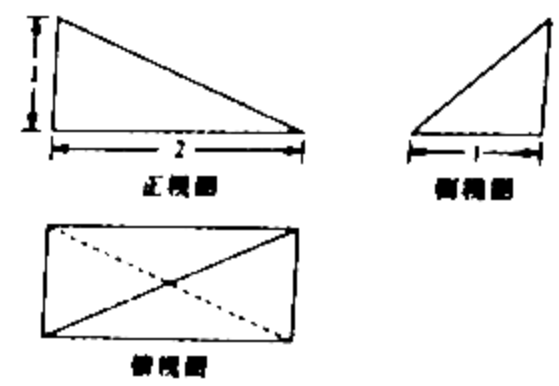


A. $i\le 3$　　B. $i\le 4$　　C. $i\le 5$　　D. $i=6$

9.某几何体的三视图如图所示，则该几何体外接球的表面积是(D)

A. 24π　　B. 16π

C. 12π　　D. 6π



（第9题图）

10.函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的最小正周期为 π，若其图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位后得到的函数为奇函数，则函数 $f(x)$ 的图象(A).

A. 关于点 $\left(\dfrac{\pi}{3},0\right)$ 对称　　B. 在 $\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增

C. 关于直线 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 对称　　D. 在 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 处取最大值

11.已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R，且 $f(x+1)$ 是偶函数，$f(x-1)$ 是奇函数，$f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上单调递增，则(B)

A. $f(0)>f(2020)>f(2019)$　　B. $f(0)>f(2019)>f(2020)$

C. $f(2020)>f(2019)>f(0)$　　D. $f(2020)>f(0)>f(2019)$

12.已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，且对任意的实数 x 都有 $f'(x)=e^{x}(2x+3)-f(x)$（e 是自然对数的底数），且 $f(0)=1$，若关于 x 的不等式 $f(x)-m<0$ 的解集中恰有两个整数，则实数 m 的取值范围是(　　)

A. $\left[-e^2,0\right)$　　B. $[-e,0)$　　C. $(-e,0]$　　D. $\left(-e^2,0\right]$

第Ⅱ卷(非选择题，共90分)

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，把答案填在答题卷的横线上.

13.已知向量 $\vec{a}=(2,-1)$，$\vec{b}=(1,m)$，若向量 $\vec{a}+\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 垂直，则 $m=$ 7.

14.在递增等比数列 $\{a_n\}$ 中，S_n 是其前 n 项和，若 $a_2+a_4=5$，$a_1\cdot a_5=4$，则 $S_4=$ $\dfrac{15}{2}$.

15.在 $(x-1)(2x-1)^5$ 展开式中，x^2 的系数为 50.（结果用数字作答）

16.已知 $F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$ 是双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的左、右焦点，F_1 关于双曲线的一条渐近线的对称点为 P，且点 P 在抛物线 $y^2=4cx$ 上，则双曲线的离心率为 $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$.

三、解答题：共70分解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

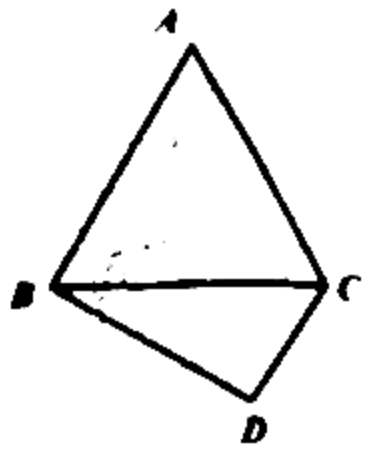
（一）必考题：共60分。

17.（本小题满分12分）

在$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$(2b-c)(b^2+a^2-c^2)=2ab\cos C$.

（1）求角A的大小.

（2）若$\angle ABC=\frac{\pi}{3}$，D为$\triangle ABC$外一点，$BD=2$，$CD=1$，四边形$ABDC$的面积是$\frac{5\sqrt{3}}{4}+2$，求$\angle BDC$的大小.



（第17题图）

18.（本小题满分12分）

某试验小组得到6组某植物每日的光照时间x（单位：h）和每日平均增长高度y（单位：mm）的数据，现分别用模型①$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$和模型②$\hat{y}=e^{\hat{m}x+\hat{n}}$对以上数据进行拟合，得到回归模型，并计算出模型的残差如下表：（模型①和模型②的残差分别为$\hat{e}_1$和$\hat{e}_2$，残差$\hat{e}_i=y_i-\hat{y}_i$）

x	5	6	7	8	9	10
y	0.4	3.5	5.2	7.0	8.6	10.7
$\hat{e}_1$	−0.6	0.54	0.28	0.12	0.24	0.1
$\hat{e}_2$	−0.63	1.71	2.10	1.63	0.7	5.42

（1）根据上表的残差数据，应选择哪个模型来刻画该植物每日的光照时间与每日平均增长高度的关系较为合适，简要说明理由；

（2）为了优化模型，将（1）中选择的模型残差绝对值最大所对应的一组数据(x,y)剔除，根据剩余的5组数据，求该模型的回归方程，并预测光照时间为11h时，该植物的平均增长高度.

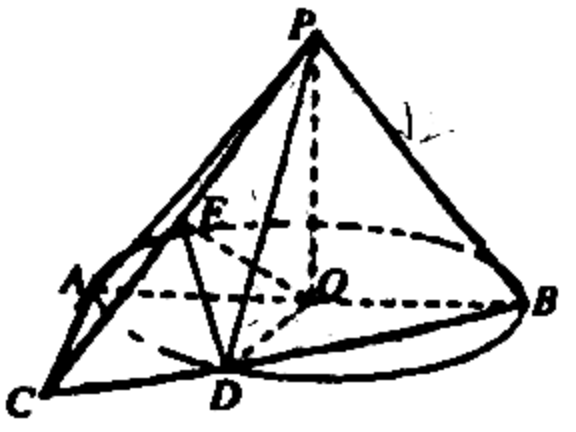
（剔除数据前的参考数据：$\bar{x}=7.5$，$\bar{y}=5.9$，$\sum_{i=1}^{6}x_iy_i=299.8$，$\sum_{i=1}^{6}x_i^2=355$，$z=\ln y$，$\bar{z}\approx1.41$，$\sum_{i=1}^{6}x_iz_i\approx73.10$，$\ln10.7\approx2.37$，$e^{4.034}\approx56.49$.）参考公式：$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

19.（本小题满分12分）

如图，在以P为顶点的圆锥中，母线长为$\sqrt{2}$，底面圆的直径AB长为2，O为圆心.C是圆O所在平面上一点，且AC与圆O相切.连接BC交圆于点D，连接PD，PC，E是PC的中点，连接OE，ED.

（1）求证：平面$PBC\perp$平面PAC；

（2）若二面角$B-PO-D$的大小为$\frac{2\pi}{3}$，求平面PAC与平面DOE所成锐二面角的余弦值.



（第19题图）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，短轴长为2.

(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)设直线 $l:y=kx+m$ 与椭圆 C 交于 M、N 两点，O 为坐标原点，若 $k_{OM}\cdot k_{ON}=\frac{5}{4}$，求证：点 (m,k) 在定圆上.

21.(本小题满分12分)

已知函数 $f(x)=\ln x+mx+1$，$g(x)=x(e^x-1)$.

(1)若 $f(x)$ 的最大值是0，求函数 $f(x)$ 的图像在 $x=e$ 处的切线方程；

(2)若对于定义域内任意 x，$f(x)\le g(x)$ 恒成立，求 m 的取值范围.

(二)选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。作答时，用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22.[选修4—4：坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-\frac{8}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\frac{4}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）.以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2+6\rho\cos\theta=a$，其中 $a>0$.

(1)求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

(2)在平面直角坐标系 xOy 中，设直线 l 与曲线 C 相交于 A，B 两点.若点 $P\left(-\frac{8}{3},\frac{4}{3}\right)$ 恰为线段 AB 的三等分点，求 a 的值.

23.[选修4—5：不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x)=|x-1|-|x+2|$.

(1)求不等式 $f(x)<x$ 的解集；

(2)函数 $f(x)$ 的最大值为 M，若正实数 a，b，c 满足 $a+4b+9c=\frac{1}{3}M$，求 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ 的最小值.

柳州市2021届高三第一次模拟考试

理科数学(参考答案)

一、**选择题：**(每小题5分，满分60分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	A	A	D	D	C	D	C	D	A	B	C

二、**填空题：**(本大题共4小题，每小题5分，共20分)

13．7　　14．$\frac{15}{2}$　　15．50　　16．$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

三、**解答题：**(本大题共6小题，共70分)

17．解：(1) $\because (2b-c)(b^2-a^2+c^2)=2abc\cos C$，

$\therefore \frac{(2b-c)(b^2+c^2-a^2)}{2bc}=a\cos C$， ……1分

由余弦定理可得$(2b-c)\cos A=a\cos C$， ……2分

由正弦定理可得$2\sin B\cos A-\sin C\cos A=\sin A\cos C$， ……3分

$\because A+B+C=\pi$，

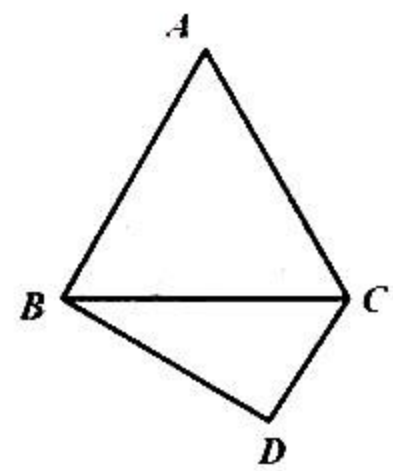
$\therefore 2\sin B\cos A=\sin C\cos A+\cos C\sin A=\sin(C+A)=\sin B$， ……4分

$\because \sin B\neq 0$，$\therefore \cos A=\frac{1}{2}$ ……5分

由$A\in(0,\pi)$，则$A=\frac{\pi}{3}$. ……6分

(2) 如图，在ΔBCD中，$BD=2$，$CD=1$，

由余弦定理得：



$BC^2=1^2+2^2-2\times1\times2\cos D=5-4\cos D$， ……7分

$\because A=B=\frac{\pi}{3}$，$\therefore C=\frac{\pi}{3}$，$\Delta ABC$为等边三角形，

$\therefore S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times BC^2\times\sin\frac{\pi}{3}=\frac{5\sqrt{3}}{4}-\sqrt{3}\cos D$， ……8分

$\because S_{\Delta BDC}=\frac{1}{2}\times BD\times DC\times\sin D=\sin D$， ……9分

$\therefore S_{四边形ABDC}=\frac{5\sqrt{3}}{4}+\sin D-\sqrt{3}\cos D=\frac{5\sqrt{3}}{4}+2\sin\left(D-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{5\sqrt{3}}{4}+2$， ……10分

$\therefore \sin(D-\frac{\pi}{3})=1$，……11 分

$\because D\in(0,\pi)$，即 $D=\frac{5\pi}{6}$ ……12 分

18．解：（1）应选择模型①，……1 分

因为模型①每组数据对应的残差绝对值都比模型②的小，残差波动小，残差点比较均匀地落在水平的带状区域内，说明拟合精度高.（言之有理即可）……3 分

（2）由（1）知，需剔除第一组数据，得到下表

x	6	7	8	9	10
y	3.5	5.2	7.0	8.6	10.7

……4 分

则上表的数据中，$\overline{x}=\frac{7.5\times6-5}{5}=8$，$\overline{y}=\frac{5.9\times6-0.4}{5}=7$，$5\overline{x}\,\overline{y}=280$，

$5\overline{x}^2=320$，$\sum_{i=1}^{5}x_iy_i=299.8-5\times0.4=297.8$，$\sum_{i=1}^{5}x_i^2=355-25=330$，……8 分

所以 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_iy_i-5\overline{x}\,\overline{y}}{\sum_{i=1}^{5}x_i^2-5\overline{x}^2}=\frac{297.8-280}{330-320}=\frac{17.8}{10}=1.78$，……9 分

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=7-1.78\times8=-7.24$，……10 分

得模型①的回归方程为 $y=1.78x-7.24$，……11 分

则 $x=11$ 时，$y=1.78\times11-7.24=12.34\text{mm}$，

当光照时间为 11h 时，该植物的平均增长高度为 12.34mm．……12 分

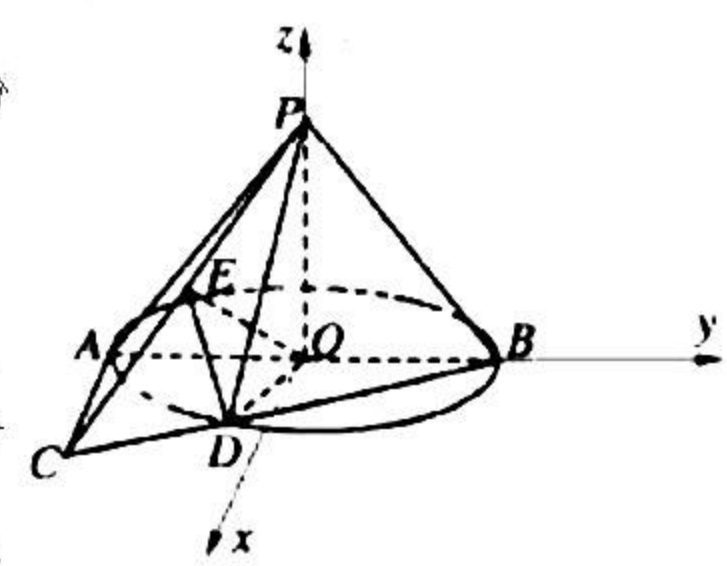
19．(1) 证明：AB 是底面圆的直径，AC 与圆切于点 A，

$\therefore AC\perp AB$，……1 分

又 $PO\perp$ 底面，则 $PO\perp AC$，……2 分

$PO\cap AB=O$，$\therefore AC\perp$ 面 PAB，

则 $AC\perp PB$ ……3 分



在三角形 PAB 中，$PA=PB=\frac{\sqrt{2}}{2}AB$

$\therefore PA\perp PB$ ……4 分

由 $PA\cap AC=A$，$\therefore PB\perp$ 面 PAC，……5 分

$\because PB\subset$ 面 PBC

$\therefore$ 平面 $PBC\perp$ 平面 PAC；……6 分

(2) 解：$\because OB\perp PO$，$OD\perp PO$，

$\therefore \angle BOD$ 为二面角 $B-PO-D$ 的平面角，$\therefore \angle BOD=\dfrac{2\pi}{3}$，……7 分

如图建立坐标系，易知 $OB=1$，则 $A(0,-1,0)$，$B(0,1,0)$，$D\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},-\dfrac{1}{2},0\right)$，$C\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},-1,0\right)$，

$P(0,0,1)$，$E\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$，……9 分

由（1）知 $\overrightarrow{BP}=(0,-1,1)$ 为平面 PAC 的一个法向量，……10 分

设平面 ODE 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

$\overrightarrow{OE}=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)\Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3}x-\dfrac{1}{2}y+\dfrac{1}{2}z=0$，$\overrightarrow{OD}=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},-\dfrac{1}{2},0\right)\Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}x-\dfrac{1}{2}y=0$，

解得：$\vec{n}=(\sqrt{3},3,1)$，……11 分

设平面 PAC 与平面 DOE 所成的二面角为 θ，则 $\cos\theta=\left|\dfrac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{BP}}{|\vec{n}||\overrightarrow{BP}|}\right|=\dfrac{\sqrt{26}}{13}$．

$\therefore$ 平面 PAC 与平面 DOE 所成锐二面角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{26}}{13}$．……12 分

20．解：（1）设焦距为 $2c$，由已知 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$2b=2$，

$\therefore b=1$，$a=2$，……2 分

$\therefore$ 椭圆 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$．……4 分

（2）设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，联立 $\begin{cases} y=kx+m \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases}$

得 $(4k^2+1)x^2+8kmx+4m^2-4=0$，……5 分

依题意，$\Delta=(8km)^2-4(4k^2+1)(4m^2-4)>0$，

化简得 $m^2<4k^2+1$，① ……6 分

$x_1+x_2=-\dfrac{8km}{4k^2+1}, x_1x_2=\dfrac{4m^2-4}{4k^2+1}$，……7 分

$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2$，……8 分

若 $k_{OM}\cdot k_{ON}=\frac{5}{4}$，则 $\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=\frac{5}{4}$， 即 $4y_1y_2=5x_1x_2$，……9 分

$\therefore 4k^2x_1x_2+4km\left(x_1+x_2\right)+4m^2=5x_1x_2$，……10 分

$\therefore \left(4k^2-5\right)\cdot\frac{4\left(m^2-1\right)}{4k^2+1}+4km\cdot\left(-\frac{8km}{4k^2+1}\right)+4m^2=0$，

即 $\left(4k^2-5\right)\left(m^2-1\right)-8k^2m^2+m^2\left(4k^2+1\right)=0$，化简得 $m^2+k^2=\frac{5}{4}$，②……11 分

由①②得 $0\le m^2<\frac{6}{5},\frac{1}{20}<k^2\le\frac{5}{4}$.

$\therefore$ 点 $\left(m,k\right)$ 在定圆 $x^2+y^2=\frac{5}{4}$ 上.（没有求 k 范围不扣分）……12 分

21．解：（1）$f(x)$的定义域是（$0,+\infty$），$f'(x)=\frac{1}{x}+m,$……1 分

若 $m\ge 0$，则 $f'(x)>0$，$f(x)$ 在定义域内单调递增，无最大值；……2 分

若 $m<0$，当 $x\in(0,-\frac{1}{m})$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；

当 $x\in(-\frac{1}{m},+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减。

$\therefore$ 当 $x=-\frac{1}{m}$ 时，$f(x)$ 取得最大值，即 $\ln(-\frac{1}{m})=0$，所以 $m=-1$……3 分

又 $\because$ $f'(e)=\frac{1}{e}-1$，$f(e)=2-e$ ……4 分

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $x=e$ 处的切线方程为 $y=(\frac{1}{e}-1)x+1$……5 分

（2）若 $f(x)\le g(x)$ 恒成立，即 $m+1\le e^x-\frac{\ln x+1}{x}$ 在（0，+∞）恒成立 ……6 分

设 $\varphi(x)=e^x-\frac{\ln x+1}{x}$，则 $\varphi'(x)=\frac{x^2e^x+\ln x}{x^2}$

设 $Q(x)=x^2e^x+\ln x$，则 $Q'(x)=(x^2+2x)e^x+\frac{1}{x}>0$ ……7 分

$\therefore Q(x)$ 在其定义域内单调递增，且 $Q(\frac{1}{2})<0$，$Q(1)>0$

所以 $Q(x)$ 有唯一零点 x_0 ……8 分

而且 $x_0^2e^{x_0}+\ln x_0=0$，所以 $x_0e^{x_0}=\dfrac{-\ln x_0}{x_0}$，两边同时取对数得

$x_0+\ln x_0=\ln(-\ln x_0)+(-\ln x_0)$，

易证明函数 $y=x+\ln x$ 是增函数，所以 $x_0=-\ln x_0$，即 $e^{x_0}=\dfrac{1}{x_0}$ ……9 分

由 $\varphi(x)$ 在 $(0,x_0)$ 单调递减，在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增，可得 ……10 分

$\therefore \varphi(x)\geq\varphi(x_0)=e^{x_0}-\dfrac{\ln x_0+1}{x_0}=\dfrac{1}{x_0}-\dfrac{-x_0+1}{x_0}=1$ ……11 分

于是 m 的取值范围是 $(-\infty,0]$ ……12 分

22．解：（1）由于直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-\dfrac{8}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\dfrac{4}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），

消去参数 t，得直线 l 的普通方程为 $x-y+4=0$，……2 分

由 $\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\cos\theta=x$，……3 分

得曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2+6x-a=0$.……4 分

（2）将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的直角坐标方程，并整理，

得 $t^2+\dfrac{5\sqrt{2}}{3}t-\dfrac{64}{9}-a=0$，(*) ……5 分

依题意，直线 l 与曲线 C 相交于两点，则有

$\Delta=(\dfrac{5\sqrt{2}}{3})^2-4(-\dfrac{64}{9}-a)>0$，即得 $a>-\dfrac{17}{2}$ ……6 分

设 t_1，t_2 是方程(*)的两个根，则有

得 $t_1+t_2=-\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$，$t_1t_2=-\left(\dfrac{64}{9}+a\right)$，……7 分

由于点 $P\left(-\dfrac{8}{3},\dfrac{4}{3}\right)$ 恰为线段 AB 的三等分点，不妨设 $t_1=-2t_2$，则……8 分

$\therefore t_2=\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$，且 $t_2^2=\dfrac{32}{9}+\dfrac{a}{2}=\dfrac{50}{9}$，……9 分

解得：$a=4$，符合条件 $a>0$

$\therefore a$ 的值为 4. ……10 分

23．解：（1）不等式 $f(x)<x$ 即 $|x-1|-|x+2|<x$.

①当 $x\geq 1$ 时，化简得 $-3<x$.解得 $x\geq 1$；……1 分

②当 $-2<x<1$ 时，化简得 $-2x-1<x$.解得 $-\frac{1}{3}<x<1$；……2 分

③当 $x\leqslant -2$ 时，化简得 $3<x$.此时无解. ……3 分

综上，所求不等式的解集为 $\left\{x\mid x>-\frac{1}{3}\right\}$.……4 分

（2）$\because |x-1|-|x+2|\leq|(x-1)-(x+2)|=3$，当且仅当 $x\leqslant -2$ 时等号成立. ……5 分

$\therefore M=3$，即 $a+4b+9c=1$.……6 分

又 $\because a,b,c>0$，

$\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)(a+4b+9c)$ ……7 分

$\geq\left(\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{b}}\cdot\sqrt{4b}+\frac{1}{\sqrt{c}}\cdot\sqrt{9c}\right)^2$ ……8 分

$=(1+2+3)^2=36$.……9 分

当且仅当 $\frac{\frac{1}{a}}{a}=\frac{\frac{1}{b}}{4b}=\frac{\frac{1}{c}}{9c}$，即 $a=\frac{1}{6}$，$b=\frac{1}{12}$，$c=\frac{1}{18}$ 时取等号.

$\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ 的最小值为 36. ……10 分