

2020~2021 学年高一年级期中质量监测

数学参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	D	C	B	A	B	D	A	C	C	B	C

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

13. $y = x^{\frac{1}{2}}$ 14. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2^x < 0; \exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2^x \geq 0$
 15. 0 16. ①④

三、解答题（本大题共 5 小题，共 48 分，解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 8 分）

解：（1） $(\frac{1}{8})^{-\frac{1}{3}} \times (-\frac{7}{6})^0 + 8^{0.25} \times \sqrt[4]{2} + (\sqrt[3]{3} \times \sqrt{2})^6$
 $= (2^{-3})^{\frac{1}{3}} \times 1 + 2^{\frac{3}{4}} \times 2^{\frac{1}{4}} + (3^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{2}})^6$ 2分
 $= 2 + 2 + 3^2 \times 2^3$ 3分
 $= 76$ 4分

（2）不等式可化为 $x^2 - 14x + 45 > 0$ ，5分

解方程 $x^2 - 14x + 45 = 0$ ，得 $x_1 = 5, x_2 = 9$ ，7分

不等式的解集为 $\{x | x < 5, \text{或} x > 9\}$ 。8分

18.（本小题满分 10 分）

解：（1）当 $t = 2$ 时， $M = \{x \in \mathbf{R} | -2 < x \leq 4\}$ ， $N = \{x \in \mathbf{R} | 0 \leq x < 7\}$ ，1分

$\therefore \mathbf{C}_{\mathbf{R}}N = \{x | x < 0, \text{或} x \geq 7\}$ ，3分

$\therefore M \cap (\mathbf{C}_{\mathbf{R}}N) = \{x | -2 < x < 0\}$ ，5分

（2）若 $M \cup (\mathbf{C}_{\mathbf{R}}N) = \mathbf{R}$ 则 $N \subseteq M$ ，

当 $2 - t \geq 3t + 1$ ，即 $t \leq \frac{1}{4}$ 时， $N = \emptyset$ ，成立；6分

当 $2 - t < 3t + 1$ ，即 $t > \frac{1}{4}$ 时，令 $\begin{cases} 2 - t > -2 \\ 3t + 1 \leq 4 \end{cases}$ ，得 $\frac{1}{4} < t \leq 1$ 9分

故实数 t 的取值范围是 $\{t | t \leq 1\}$ 。10分

19. (本小题满分 10 分)

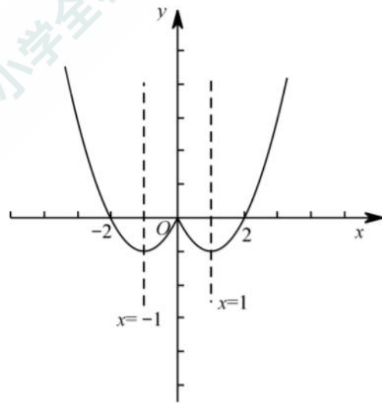
解: (1) 由已知, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x$;

\therefore 若 $x < 0$, 则 $-x > 0$, $\therefore f(-x) = (-x)^2 - 2(-x) = x^2 + 2x$,2 分

$\because y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $\therefore f(x) = f(-x) = x^2 + 2x$,4 分

$$\therefore f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0 \\ x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2)



.....8 分

单调增区间为 $(-1, 0)$, $(1, +\infty)$ 10 分

20. (本小题满分 10 分) 说明: 请同学们在 (A)、(B.) 两题中任选一题作答

(A) (1) 解: 当每辆车的月租金定为 3500 元时, 未租出的车辆数为 $\frac{3500 - 3000}{50} = 10$,

这时能租出 70 辆车.4 分

(2) 设每辆车的月租金定为 x 元, 则租赁公司的月收益为

$$f(x) = \left(80 - \frac{x - 3000}{50}\right)(x - 150) - \frac{x - 3000}{50} \times 50 \quad , \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{整理得 } f(x) = -\frac{x^2}{50} + 142x - 18000 \quad , \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$= -\frac{1}{50}(x - 3550)^2 + 234050$$

所以, 当 $x = 3550$ 时, $f(x)$ 最大, 最大值为 234050,

即当每辆车的月租金定为 3550 元时, 租赁公司的月收益最大, 最大月收益为

234050 元.10 分

(B). 解: (1) $y = \left(3 + \frac{32}{m}\right) \cdot m - \left(9m + \frac{1}{m - \frac{1}{3}}\right) - x$,3分

因为 $m = \frac{x+1}{3}$,

所以, $y = 33 - (3x + 3 + \frac{3}{x}) = 30 - 3(x + \frac{1}{x})$,

故产品的利润 y 万元关于促销费用 x 万元的函数为: $y = 30 - 3(x + \frac{1}{x}), 0 < x \leq a$..5分

(2) 当 $x > 0$ 时, $x + \frac{1}{x} \geq 2$ (当且仅当 $x=1$ 时, 取得“=”),6分

当 $a < 1$ 时, 函数在 $(0, a]$ 上单调递增, 最大利润为 $30 - 3a - \frac{3}{a}$ 万元;8分

当 $a \geq 1$ 时, 当 $x=1$ 时最大利润为 24 万元.10分

21 (本题满分 10 分) 说明: 请同学们在 (A)、(B) 两题中任选一题作答

(A) (1) 证明: $\because f(x)$ 定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x)$ 是奇函数,

$\therefore f(0) = 0$, 得 $1 - \frac{4}{2+a} = 0$, 解得 $a=2$2分

$\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 且 $x_1 < x_2$, 有

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= 1 - \frac{2}{2^{x_1} + 1} - 1 + \frac{2}{2^{x_2} + 1} \\ &= \frac{2}{2^{x_2} + 1} - \frac{2}{2^{x_1} + 1} \\ &= \frac{2 \cdot (2^{x_1} - 2^{x_2})}{(2^{x_1} + 1) \cdot (2^{x_2} + 1)}. \end{aligned} \dots\dots\dots 4分$$

由 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, $x_1 < x_2$, 得 $2^{x_1} + 1 > 0$, $2^{x_2} + 1 > 0$, $2^{x_1} - 2^{x_2} < 0$,

所以 $f(x_1) - f(x_2) < 0$, 即 $f(x_1) < f(x_2)$,

所以 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增.6分

(2) 解: 因为 $f(x)$ 是在 \mathbf{R} 上的奇函数且为增函数, 所以

$$\begin{aligned} f(x^2 + 2x) + f(x - 4) > 0 &\Rightarrow f(x^2 + 2x) > -f(x - 4) \\ &\Rightarrow f(x^2 + 2x) > f(4 - x) \\ &\Rightarrow x^2 + 2x > 4 - x \\ &\Rightarrow x^2 + 3x - 4 > 0 \\ &\Rightarrow x < -4 \text{ 或 } x > 1. \end{aligned} \dots\dots\dots 9分$$

所以不等式 $f(x^2 + 2x) + f(x - 4) > 0$ 的解集为 $(-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$ 10分

(B) . (1) 证明: 因为 $f(x) = \frac{e^x + a}{e^x + 1}$ 定义在 R 上的奇函数,

所以 $f(0) = 0$, 得 $a = -1$,1分

$$\text{故 } f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} = 1 - \frac{2}{e^x + 1}.$$

$\forall x_1, x_2 \in R$, 且 $x_1 < x_2$, 有

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{e^{x_1} - 1}{e^{x_1} + 1} - \frac{e^{x_2} - 1}{e^{x_2} + 1} = \frac{2(e^{x_1} - e^{x_2})}{(e^{x_2} + 1)(e^{x_1} + 1)}, \dots\dots\dots 3分$$

由 $x_1, x_2 \in R$, $x_1 < x_2$, 得 $e^{x_1} + 1 > 0$, $e^{x_2} + 1 > 0$, $e^{x_1} - e^{x_2} < 0$,

所以 $f(x_1) - f(x_2) < 0$, 即 $f(x_1) < f(x_2)$,

故 $f(x)$ 在 R 上单调递增.5分

(2) 由 (1) 知, 函数 $f(x)$ 为 R 上单调递增的奇函数,

$$f(-mt) + f(2mt^2 - 4) < 0, \text{ 即 } f(-mt) < -f(2mt^2 - 4),$$

$$\text{即 } f(-mt) < f(-2mt^2 + 4), \text{ 则 } -mt < -2mt^2 + 4,$$

所以 $2mt^2 - mt - 4 < 0$ 对任意实数 t 恒成立.6分

当 $m = 0$ 时, $2mt^2 - mt - 4 = -4 < 0$, 显然成立;7分

$$\text{当 } m \neq 0 \text{ 时, } \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + 32m < 0 \end{cases}, \text{ 解得 } -32 < m < 0. \dots\dots\dots 9分$$

故 $-32 < m \leq 0$10分