

2020~2021 学年第一学期高二年级期中质量监测

数 学 试 卷

(考试时间:上午 7:30—9:00)

说明:本试卷为闭卷笔答,答题时间 90 分钟,满分 100 分。

题 号	一	二	三	总 分
得 分				

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 3 分,共 36 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,请将其字母标号填入下表相应位置)

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答 案												

- 直线 $x - 2y + 6 = 0$ 的斜率为
 A. 2
 B. -2
 C. $\frac{1}{2}$
 D. $-\frac{1}{2}$
- 长方体的长、宽、高分别为 $\sqrt{3}, \sqrt{2}, 1$, 且其顶点都在同一球面上, 则该球的表面积为
 A. 3π
 B. 6π
 C. 12π
 D. 24π
- 已知 $A(0,0), B(1,1)$, 直线 l 过点 $(2,0)$ 且和直线 AB 平行, 则直线 l 的方程为
 A. $x - y - 2 = 0$
 B. $x + y - 2 = 0$
 C. $2x - y - 4 = 0$
 D. $2x + y - 4 = 0$
- 圆 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$ 的一条切线方程是
 A. $x - y = 0$
 B. $x + y = 0$
 C. $x = 0$
 D. $y = 0$

5. 已知直线 a, b, c 满足 $a \perp b, a \perp c$, 且 $a \subset \alpha, b, c \subset \beta$, 有下列说法: ① $a \perp \beta$; ② $\alpha \perp \beta$; ③ $b \parallel c$. 则正确的说法有

- A. 3 个
 B. 2 个
 C. 1 个
 D. 0 个

6. 直线 $x - 2y + 2 = 0$ 关于直线 $x = 1$ 对称的直线方程是

- A. $2x + y - 4 = 0$
 B. $x + 2y - 1 = 0$
 C. $2x + y - 3 = 0$
 D. $x + 2y - 4 = 0$

7. 在三棱锥 $A - BCD$ 中, E, F 分别为 AC, AD 的中点, 设三棱锥 $A - BCD$ 的体积为 V_1 , 四棱锥 $B - CDFE$ 的体积为 V_2 , 则 $V_1 : V_2 =$

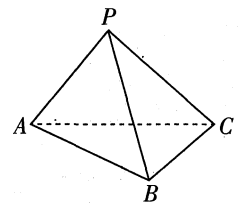
- A. 4:3
 B. 2:1
 C. 3:2
 D. 3:1

8. 设实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y - 1 \geq 0, \\ x - y - 1 \leq 0, \\ x - 3y + 3 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + 2y$ 的最大值为

- A. 8
 B. 7
 C. 2
 D. 1

9. 如图, 在三棱锥 $P - ABC$ 中, 不能证明 $AP \perp BC$ 的条件是

- A. $BC \perp$ 平面 APC
 B. $BC \perp PC, AP \perp PC$
 C. $AP \perp PB, AP \perp PC$
 D. $AP \perp PC, \text{平面 } APC \perp \text{平面 } BPC$



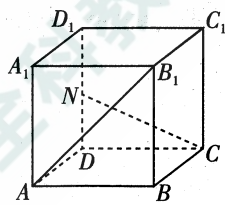
10. 已知半径为 1 的圆经过直线 $x + 2y - 11 = 0$ 和直线 $2x - y - 2 = 0$ 的交点, 那么其圆心到原点的距离的最大值为

- A. 4
 B. 5
 C. 6
 D. 7

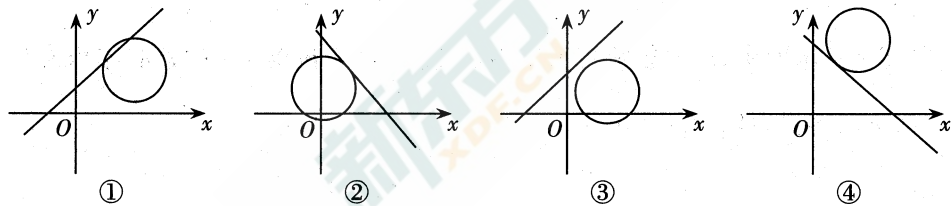
11. 如图, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, DD_1 的中点为 N , 则异面直线 AB_1 与 CN 所成角的余弦值是

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$
C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

- B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
D. 0



12. 在同一平面直角坐标系中, 直线 $y = k(x - 1) + 2$ 和圆 $x^2 + y^2 - 4x - 2ay + 4a - 1 = 0$ 的位置关系不可能是

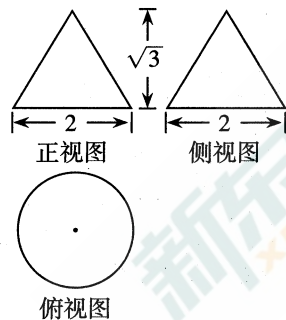


- A. ①③ B. ①④ C. ②④ D. ②③

二、填空题(本大题共4小题, 每小题4分, 共16分, 把答案写在题中横线上)

13. 空间直角坐标系中, 已知点 $A(4, 1, 2), B(2, 3, 4)$, 则 $|AB| =$ _____.

14. 已知一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的侧面积为 _____.



15. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 2mx - 4y + m^2 = 0 (m > 0)$ 被直线 $l: x - y + 3 = 0$ 截得的弦长为 $2\sqrt{2}$, 则 $m =$ _____.

16. 已知四棱锥的底面是边长为2的正方形, 侧棱长均为 $\sqrt{6}$, 若圆柱的一个底面的圆周经过四棱锥四条侧棱的中点, 另一个底面的圆心为四棱锥底面的中心, 则该圆柱的体积为 _____.

三、解答题(本大题共5小题, 共48分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分8分)

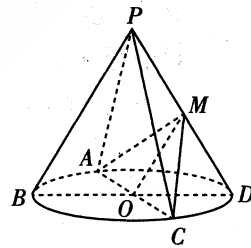
已知直线 l_1 经过点 $M(2, 1)$, 在两坐标轴上的截距相等且不为0.

- (1) 求直线 l_1 的方程;
(2) 若直线 $l_2 \perp l_1$, 且过点 M , 求直线 l_2 的方程.

18. (本小题满分10分)

如图, P 为圆锥的顶点, O 是圆锥底面的圆心, AC, BD 为圆锥底面的两条直径, M 为母线 PD 上一点, 连接 MA, MO, MC .

- (1) 若 M 为 PD 的中点, 证明: $PB \parallel$ 平面 MAC ;
- (2) 若 $PB \parallel$ 平面 MAC , 证明: M 为 PD 的中点.



19. (本小题满分10分)

已知圆 C 经过点 $A(0, 1), B(2, 1), M(3, 4)$.

- (1) 求圆 C 的方程;
- (2) 设点 P 为直线 $l: x - 2y - 1 = 0$ 上一点, 过点 P 作圆 C 的两条切线, 切点分别为 E, F . 若 $\angle EPF = 60^\circ$, 求点 P 的坐标.

20. (本小题满分10分)说明:请同学们在(A)、(B)两个小题中任选一题作答.

A. 已知圆 $M: x^2 + y^2 - 2ax + 10ay - 24 = 0$, 圆 $N: x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$. 且圆 M 上任意一点关于直线 $x + y + 4 = 0$ 的对称点都在圆 M 上.

- (1)求圆 M 的方程;
- (2)证明圆 M 和圆 N 相交, 并求两圆公共弦的长度 l .

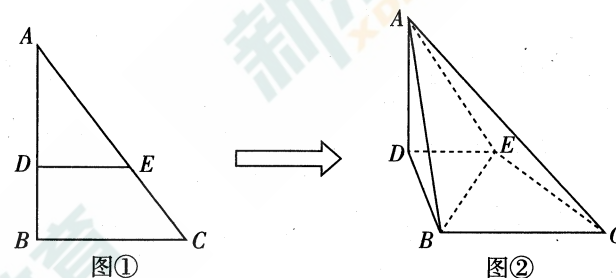
B. 已知两个定点 $M(-2, 0), N(1, 0)$, 动点 P 满足 $|PM| = 2|PN|$, 设动点 P 的轨迹为曲线 E .

- (1)求曲线 E 的方程;
- (2)过点 N 作两条互相垂直的直线 l_1, l_2 . 若 l_1 与曲线 E 相交于 A, C 两点, l_2 与曲线 E 相交于 B, D 两点, 求四边形 $ABCD$ 面积 S 的最大值.

21. (本小题满分10分)说明:请同学们在(A)、(B)两个小题中任选一题作答.

A. 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $B = 90^\circ, AC = 5, BC = 3$. D, E 两点分别在 AB, AC 上, 使得 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = t (0 < t < 1)$. 现将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起(如图②), 使得平面 $ADE \perp$ 平面 $BCED$.

- (1)证明: $BD \perp AE$;
- (2)当 t 为何值时, 三棱锥 $A - BCE$ 的体积 V 最大? 并求出最大值.



B. 如图①, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB = 2, BC = 1$, E 为 DC 的中点, F 为线段 EC (端点除外)上一动点. 现将 $\triangle AFD$ 沿 AF 折起(如图②), 使得平面 $ABD \perp$ 平面 $ABCF$.

- (1)判断 AD 是否与 BD 垂直, 并说明理由.
- (2)图②中, 在平面 ABD 内过点 D 作 $DK \perp AB, K$ 为垂足, 求 AK 的取值范围.

