2020~2021学年高二年级期中质量监测

数学参考答案

一、选择题（本大题共12小题，每小题3分，共36分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	A	C	D	D	A	B	B	C	A	D

二、填空题（本大题共4小题，每小题4分，共16分）

13. $2\sqrt{3}$　　14. 2π　　15. 1　　16. $\dfrac{\pi}{2}$

三、解答题（本大题共5小题，共48分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. （1）设直线l_1的方程为$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{a}=1$，

则$\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{a}=1$，解得$a=3$，……2分

则直线l_1的方程为$\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{3}=1$，化简得$y=-x+3$；……4分

（2）由（1）知直线l_1的斜率为-1，由$l_2\perp l_1$，得直线l_2的斜率$k=1$，……6分

又直线l_2过点$M(2,1)$，则直线l_2的方程为$y-1=x-2$，化简有$y=x-1$.……8分

18. （1）若M为PD的中点，由BD为圆锥底面的直径，有O为BD的中点，

则在ΔPBD中有$MO\,//\,PB$，……2分

又$MO\subset$平面MAC，$PB\not\subset$平面MAC，

则有$PB\,//$平面MAC；……5分

（2）若$PB\,//$平面MAC，由$PB\subset$平面PBD，平面$PBD\cap$平面$MAC=MO$，

有$PB\,//\,MO$，……7分

所以在ΔPBD中，$\dfrac{DO}{OB}=\dfrac{DM}{MP}$，

又O为BD的中点，则有$DM=MP$，……10分

则有 M为PD的中点.

19. （1）设圆C的方程为$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0\left(D^2+E^2-4F>0\right)$，

则有$\begin{cases}1+E+F=0\\5+2D+E+F=0\\25+3D+4E+F=0\end{cases}$，……1分

解得$\begin{cases}D=-2\\E=-6\\F=5\end{cases}$，……4分

则有圆D的方程为$x^2+y^2-2x-6y+5=0$；……5分

（2）设点$P(2y+1,y)$，由（1）圆C的圆心$C(1,3)$，半径$r=\dfrac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}=\sqrt{5}$，……7分

由已知$CE\perp PE,\angle CPE=\dfrac{1}{2}\angle EPF=30^\circ$，

在 $Rt\Delta CPE$ 中有 $PC=2CE$，

则 $\sqrt{(2y+1-1)^2+(y-3)^2}=2\sqrt{5}$，解得 $y=-1$ 或 $y=\dfrac{11}{5}$，

则有点 P 的坐标为 $(-1,-1)$ 或 $\left(\dfrac{27}{5},\dfrac{11}{5}\right)$. ……………………………………………………10 分

20．（A）（1）圆 M 的圆心为 $M(a,-5a)$，由已知可得直线 $x+y+4=0$ 经过圆心 M， ……………………………2 分

所以 $a-5a+4=0$，解得 $a=1$， ……………………………………………………4 分

则有圆 M 的方程为 $x^2+y^2-2x+10y-24=0$； ……………………………………………………5 分

（2）因为圆 M 的圆心为 $M(1,-5)$，半径 $r_1=5\sqrt{2}$，圆 N 的圆心 $N(-1,-1)$，半径 $r_2=\sqrt{10}$，

所以 $|MN|=\sqrt{(1+1)^2+(-5+1)^2}=2\sqrt{5}$，

因为 $5\sqrt{2}-\sqrt{10}<2\sqrt{5}<5\sqrt{2}+\sqrt{10}$，所以圆 M 和圆 N 相交， ……………………………………………7 分

又由 $\begin{cases}x^2+y^2-2x+10y-24=0\\x^2+y^2+2x+2y-8=0\end{cases}$，得两圆的公共弦所在直线方程为 $x-2y+4=0$， ……………………8 分

所以 M 到直线 $x-2y+4=0$ 的距离 $d=\dfrac{|1+10+4|}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}$，

所以 $\left(\dfrac{l}{2}\right)^2=r_1^{\,2}-d^2=50-45=5$，解得 $l=2\sqrt{5}$，

则圆 M 和圆 N 的公共弦的长度 $l=2\sqrt{5}$. ……………………………………………………10 分

（B）（1）设动点 $P(x,y)$，由 $|PM|=2|PN|$， 得 $(x+2)^2+y^2=4\left[(x-1)^2+y^2\right]$， ……………2 分

化简得 $x^2+y^2-4x=0$，

所以曲线 E 的方程为 $x^2+y^2-4x=0$； ……………………………………………………4 分

（2）由（1）得曲线 E 是以 $E(2,0)$ 为圆心，半径 $r=2$ 的圆， ……………………………………………………5 分

设弦 AC,BD 的中点分别为 K,L，连接 EK,EL，则 $EK\perp AC,EL\perp BD$，记 $EK=d_1,EL=d_2$，

则有 $d_1^{\,2}+d_2^{\,2}=EN^2=1$，. ……………………………………………………6 分

又 $AC^2=4(r^2-d_1^{\,2})=4(4-d_1^{\,2}),BD^2=4(r^2-d_2^{\,2})=4(4-d_2^{\,2})$，

所以 $S=\dfrac{1}{2}\times AC\times BD=2\sqrt{12+d_1^{\,2}\cdot d_2^{\,2}}=2\sqrt{-d_1^{\,4}+d_1^{\,2}+12}$， ……………………………………………………8 分

则当 $d_1^{\,2}=\dfrac{1}{2}$ 时，四边形 $ABCD$ 的面积 S 有最大值 7. ……………………………………………………10 分

21．（A）

证明（1）在图①中，因为 $\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$，所以 $DE\,//\,BC$， ……………………………………………………1 分

又 $B=90^\circ$，则 $\angle BDE=\angle ADE=90^\circ$，即 $BD\perp DE,AD\perp DE$，

又平面 $ADE\perp$ 平面 $BCDE$，平面 $ADE\cap$ 平面 $BCDE=DE$，则 $BD\perp$ 平面 ADE，..................................4 分

又 $AE\subset$ 平面 ADE，则 $BD\perp AE$；..5 分

（2）由（1）$AD\perp DE$，又平面 $ADE\perp$ 平面 $BCDE$，平面 $ADE\cap$ 平面 $BCDE=DE$，

则 $AD\perp$ 平面 $BCDE$，..6 分

又可求得 $AD=4t, BD=4-4t$，

则有 $V=\frac{1}{3}\times S_{\Delta BCE}\times AD=-8t^2+8t,(0<t<1)$ ....8 分

所以当 $t=\frac{1}{2}$ 时，三棱锥 $A-BCE$ 的体积最大，最大值为 2. ....10 分

（B）（1）AD 与 BD 不垂直. ....1 分

若 $AD\perp BD$，又 $AD\perp DF, BD\cap DF=D$，$BD, DF\subset$ 平面 BDF，

则 $AD\perp$ 平面 BDF，则 $AD\perp BF$，

由已知 $BC\perp AB$，平面 $ABD\perp$ 平面 $ABCF$，平面 $ABD\cap$ 平面 $ABCF=AB$，

则 $BC\perp$ 平面 ABD，则 $AD\perp BC$，

又 $BC\cap BF=B, BC, BF\subset$ 平面 $ABCF$，则 $AD\perp$ 平面 $ABCF$，

所以 $AD\perp AB$，..4 分

在 ΔABD 中，这是不可能的，所以 AD 与 BD 不垂直；..5 分

（2）设 $AK=t, FC=x(0<x<1)$，

由 $DK\perp AB$，平面 $ABD\perp$ 平面 ABC，得 $DK\perp$ 平面 ABC，则 $DK\perp KF$，..................................7 分

又可求得 $DK^2=1-t^2$，$DF=2-x$，$KF^2=1+(2-t-x)^2$

由 $DF^2=DK^2+KF^2$，得 $t=\frac{1}{2-x}$，在 $(0,1)$ 上为增函数，则有 $\frac{1}{2}<t<1$，

则有 AK 的取值范围为 $\left(\frac{1}{2},1\right)$. ....10 分