2020~2021 学年第一学期高二年级期中质量检测

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1.直线 $x-2y+6=0$ 的斜率为（ ）

$A.2$　　$B.-2$　　$C.\frac{1}{2}$　　$D.-\frac{1}{2}$

答案：C

考点：直线方程之间的相互转化

解析：$x-2y+6=0$，则 $y=\frac{1}{2}x+3, k=\frac{1}{2}$

2.长方体的长、宽、高分别为 $\sqrt{3},\sqrt{2},1$，且其顶点都在同一球面上，则该球的表面积为（ ）

$A.3\pi$　　$B.6\pi$　　$C.12\pi$　　$D.24\pi$

答案：B

考点：长方体的外接球

解析：依题意，该长方体的外接球的半径为体对角线的一半，体对角线长度为：$\sqrt{6}$，所以该外接球的半径为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$，所以表面积为 $S=4\pi(\frac{\sqrt{6}}{2})^2=6\pi$

3.已知 $A(0,0),B(1,1)$，直线 l 过点 $(2,0)$ 且和直线 AB 平行，则直线的方程为（ ）

$A.x-y-2=0$　　$B.x+y-2=0$　　$C.2x-y-4=0$　　$D.2x+y-4=0$

答案：A

考点：直线间的平行关系

解析：依题意，直线 AB 方程为：$x-y=0$，设直线 l 方程为：$x-y+m=0$，将点 $(2,0)$ 代入得 $m=-2$，所以直线方程为：$x-y-2=0$

4.圆 $(x-1)^2+(y+2)^2=1$ 的一条切线方程是（ ）

$A.x-y=0$　　$B.x+y=0$　　$C.x=0$　　$D.y=0$

答案：C

考点：圆的切线方程

解析：依题意得圆心坐标 $(1,-2)$，半径 $r=1$，所以 $x=0$ 是其一条切线

5.已知直线 a,b,c 满足 $a\perp b,a\perp c$ ，且 $a\subset\alpha,b,c\subset\beta$ ，有下列说法：① $a\perp\beta$ ，② $\alpha\perp\beta$ ，③ $b//c$ ，则正确说法有（ ）

A.3　　B.2　　C.1　　D.0

答案：D

考点：空间中的平行、垂直

解析：① b,c 不一定相交；② α,β 有可能相交但不垂直；③不一定

6. 直线 $x-2y+2=0$ 关于直线 $x=1$ 对称的直线方程是（ ）

A. $2x+y-4=0$　　B. $x+2y-1=0$　　C. $2x+y-3=0$　　D. $x+2y-4=0$

答案：$D.$

考点：直线的对称问题

解析：根据题意可知所求直线的斜率与已知直线斜率互为相反数，又两条对称直线与直线 $x=1$ 相交于同一点，可知对称直线必过 $(1,\frac{3}{2})$ ，故选 $D.$

7. 在三棱锥 $A-BCD$ 中， E,F 分别为 AC,AD 的中点，设三棱锥 $A-BCD$ 的体积为 V_1 ，四棱锥 $B-CDFE$ 的体积为 V_2 ，则 $V_1:V_2=$ （ ）

A. $4:3$　　B. $2:1$　　C. $3:2$　　D. $3:1$

答案：$A.$

考点：三棱锥体积计算公式

解析：$V_1=\frac{1}{3}S_{\Delta ACD}h$ ，$V_2=V_1-\frac{1}{3}S_{\Delta AEF}h$ ，$S_{\Delta ACD}=4S_{\Delta AEF}$ ，所以 $V_1:V_2=\frac{1}{3}S_{\Delta ACD}h:\left(\frac{1}{3}S_{\Delta ACD}h-\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}S_{\Delta ACD}h\right)=4:3$

8. 设实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-1\geq 0\\ x-y-1\leq 0\\ x-3y+3\geq 0\end{cases}$ ，则 $z=x+2y$ 的最大值为

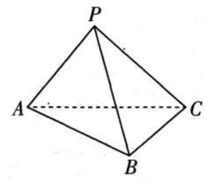
A. 8　　B. 7　　C. 2　　D. 1

答案：$B.$

考点：线性规划

解析：画出三条直线的可行域，可求出三个交点分别为 $(1,0),(0,1),(3,2)$ ，当取 $(3,2)$ 时， $z=x+2y$ 取到最大值 7 .

9. 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，不能证明 $AP\perp BC$ 的条件是



A. $BC\perp$ 平面 APC

B. $BC\perp PC, AP\perp PC$

C. $AP\perp PB, AP\perp PC$

D. $AP\perp PC$，平面 $APC\perp$ 平面 BPC

答案： B.

考点：空间直线与平面的垂直判定定理

解析：B 选项只能说明 AP 与 BC 同时垂直于 PC ，但不能说明其两者之间的位置关系。

10. 已知半径为 1 的圆经过直线 $x+2y-11=0$ 和直线 $2x-y-2=0$ 的交点，那么其圆心到原点的距离的最大值为（ ）

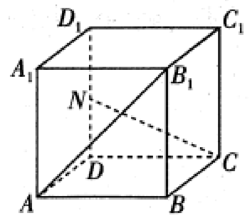
A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

答案： C.

考点：圆上点的距离最值问题

解析：直线 $x+2y-11=0$ 和直线 $2x-y-2=0$ 的交点为 $(3,4)$ ，因为半径为 1 ，所以已知圆的圆心的轨迹相当于在一个以 $(3,4)$ 为圆心半径为 1 的上，到原点的最大值为 $(3,4)$ 到原点的距离再加 1 ，即最大值为 6 .

11. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， DD_1 的中点为 N ，则异面直线 AB_1 与 CN 所成角的余弦值是（ ）



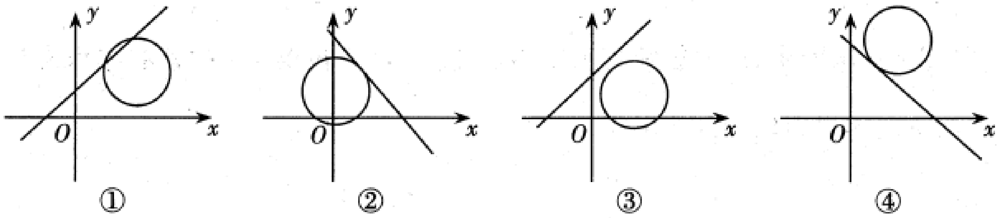
A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　B. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. 0

答案： A

考点：异面直线成角问题

解析：取 C_1D_1 中点记为 M ，连接 MN ，易得 MN 和 AB_1 平行，即角 MNC 就是所求角。设正方体棱长为 2 ，则 $MN=\sqrt{2}$ ， $NC=MC=\sqrt{5}$ ，由余弦定理可知： $\cos\angle MNC=\dfrac{\sqrt{2}^2+\sqrt{5}^2-\sqrt{5}^2}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

12. 在同一平面直角坐标系中，直线 $y=k(x-1)+2$ 和圆 $x^2+y^2-4x-2ay+4a-1=0$ 的位置关系不可能是（ ）



A. ①③　　B. ①④　　C. ②④　　D. ②③

答案：D

考点：圆与直线位置关系问题

解析：直线恒过点 $(1,2)$，把 $x=1,y=2$ 代入圆的一般方程 $x^2+y^2-4x-2ay+4a-1=0$ 可得 $1+4-4-4a+4a-1=0$ 恒成立，所以点 $(1,2)$ 始终在圆上，所以③不对；圆心为 $(2,a)$，所以②不对

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分，把答案写在题中横线上）

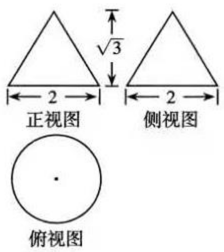
13.空间直角坐标系中，已知点 $A(4,1,2),B(2,3,4)$ ，，则 $|AB|=$

答案：$2\sqrt{3}$

考点：空间中的距离

解析：根据空间两点之间距离公式可得 $|AB|=\sqrt{(4-2)^2+(1-3)^2+(2-4)^2}=2\sqrt{3}$

14.已知一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的侧面积为



答案：2π

考点：三视图还原

解析：由三视图知，该几何体为圆锥，则圆锥母线长为 $l=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$ ，

侧面积为 $S=2\times\pi\times2\times\frac{1}{2}=2\pi$

15.已知圆 $C:x^2+y^2-2mx-4y+m^2=0(m>0)$ 被直线 $l:x-y+3=0$ 截得的弦长为 $2\sqrt{2}$ ，则 $m=$

答案：1

考点：圆与直线位置关系

解析：由题知：$C:(x-m)^2+(y-2)^2=4,C(m,2),r=2$

设 d 为圆心到直线 $l:x-y+3=0$ 的距离，则有 $d=\frac{|m-2+3|}{\sqrt{2}}=\frac{|m+1|}{\sqrt{2}}$

又因为 $2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{2}$，则 $d=\sqrt{2}$，因此 $\frac{|m+1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2},|m+1|=2$，$\because m>0,\therefore m=1$

16.已知四棱锥的底面是边长为 2 的正方形，侧棱长均为 $\sqrt{6}$，若圆柱的一个底面的圆周经过四棱锥四条侧棱的中点，另一个底面的圆心为四棱锥底面的中心，则该圆柱的体积为

答案：$\frac{1}{2}\pi$

考点：空间几何体特征

解析：因为该四棱锥的底面是边长为 2 的正方形，所以 $2BO^2=2^2=4$，可得 $BO=\sqrt{2}$

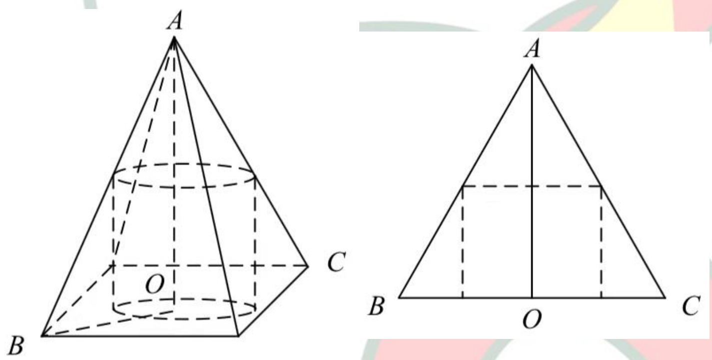
又因侧棱长均为 $\sqrt{6}$，所以该四棱锥的高是 $\sqrt{6-2}=2$

因为圆柱的一个底面的圆周经过四棱锥四条侧棱的中点，

所以根据截面图可得该圆柱底面的直径为 $BO=\sqrt{2}$，半径为 $\frac{1}{2}BO=\frac{\sqrt{2}}{2}$

而且圆柱的高为四棱锥的高的一半，即圆柱的高 $h=1$，

根据圆柱的体积公式可得圆柱的体积为：$V=\pi\times(\frac{\sqrt{2}}{2})^2\times1=\frac{1}{2}\pi$



三、 解答题（本大题共 5 小题，共 52 分，写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤）

17（本小题满分 8 分）已知直线 l_1 经过点 $M(2,1)$，在两坐标轴上截距相等且不为 0

（1） 求直线 l_1 的方程

（2） 若直线 $l_1\perp l_2$，且过点 M 求直线 l_2 的方程

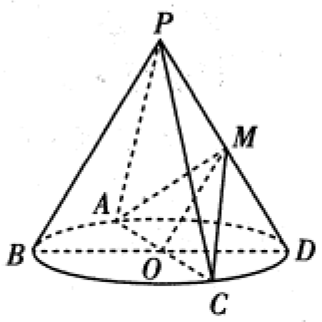
答案：（1）$l_1: x+y-3=0$；（2）$l_2: x-y-1=0$

考点：直线方程

解析：（1）设直线l_1的方程为$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$，代入$M(2,1)$，$\frac{2}{a}+\frac{1}{a}=1$得$a=3$，则$l_1: x+y-3=0$

（2）由题意知直线l_2斜率存在，设为k_2，则$k_1k_2=-1$得$k_2=1$，$l_2: x-y-1=0$

18.（本小题满分 10 分）如图，P为圆锥的顶点，O是圆锥底面的圆心，AC, BD为圆锥底面的两条直径，M为母线PD上一点，连接MA, MO, MC.



（1）若M为PD的中点，证明：$PB//$平面MAC

（2）若$PB//$平面MAC，证明：M为PD的中点

答案：略

考点：线面平行的证明与性质

解析：（1）由题意得，O是BD的中点，又M为PD的中点，$\therefore MO//PB$

又$MO\subset$平面MAC，$PB\not\subset$平面MAC，$\therefore PB//$平面MAC

（2）因为$PB//$平面MAC，平面$PBD\cap$平面$MAC=MO$，$\therefore PB//MO$

又O是BD的中点，$\therefore M$为PD的中点

19.（本小题满分 10 分）已知圆C经过点$A(0,1), B(2,1), M(3,4)$.

（1）求圆C的方程；

（2）设点P为直线$l: x-2y-1=0$上一点，过点P作圆C的两条切线，切点分别为E, F，若$\angle EPF=60°$，求点P的坐标.

答案：（1）$(x-1)^2+(y-3)^2=5$；（2）$P_1(-1,-1), P_2(\frac{27}{5},\frac{11}{5})$

考点：圆的方程，直线与圆的位置关系

解析：（1）设圆的方程为$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，代入点A, B, M可得，

$$\begin{cases} 1+E+F=0 \\ 4+1+2D+E+F=0 \\ 9+16+3D+4E+F=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D=-2 \\ E=-6 \\ F=5 \end{cases}$$，故圆的标准方程为 $(x-1)^2+(y-3)^2=5$

（2）设 P 点坐标为 $(2y+1,y)$，由（1）可知圆的半径为 $R=\sqrt{5}$，圆心为 $O(1,3)$

$\because \angle EPF=60°, \therefore \angle EPO=\angle FPO=30°, \therefore OP=\dfrac{OE}{\sin 30°}=2\sqrt{5}$

根据两点间距离公式可知 $OP=\sqrt{(2y+1-1)^2+(y-3)^2}=2\sqrt{5}$

整理得 $5y^2-6y+9=20$，解得 $y_1=-1, y_2=\dfrac{11}{5}$，故 $P_1(-1,-1), P_2(\dfrac{27}{5},\dfrac{11}{5})$

20.（本小题满分 10 分）说明：请同学们在（A）（B）两个小题中任选一题作答。

A．已知圆 $M: x^2+y^2-2ax+10ay-24=0$，圆 $N: x^2+y^2+2x+2y-8=0$。且圆 M 上任意一点关于直线 $x+y+4=0$ 的对称点都在圆 M 上。

（1）求圆 M 的方程。

（2）证明圆 M 和圆 N 相交，并求两圆公共弦的长度 l。

答案：（1）$(x-1)^2+(y+5)^2=50$；（2）$l=2\sqrt{5}$

考点：圆与圆的位置关系，直线与圆相交

解析：（1）圆 M 的标准方程为 $(x-a)^2+(y+5a)^2=24+26a^2$，圆 M 圆心为 $(a,-5a)$。由题可知 M 在直线 $x+y+4=0$ 上，将其代入可得 $a=1$。所以圆 M 方程为 $(x-1)^2+(y+5)^2=50$。

（2）圆 N 的标准方程为：$(x+1)^2+(y+1)^2=10$，圆 N 圆心为 $(-1,-1)$，半径为 $\sqrt{10}$。

$|MN|=\sqrt{(1-(-1))^2+(-5-(-1))^2}=2\sqrt{5}$，$5\sqrt{2}-\sqrt{10}<|MN|<5\sqrt{2}+\sqrt{10}$，所以两圆相交。两圆方程相减可得公共弦所在直线方程为 $x-2y+4=0$。M 到该直线的距离 $d=\dfrac{|1-2\times(-5)+4|}{\sqrt{1^2+2^2}}=3\sqrt{5}$，所以公共弦的长度 $l=2\sqrt{(5\sqrt{2})^2-(3\sqrt{5})^2}=2\sqrt{5}$。

B.已知两个定点 $M(-2,0), N(1,0)$，动点 P 满足 $|PM|=2|PN|$，设动点 P 的轨迹为曲线 E。

（1）求曲线 E 的方程。

（2）过点 N 作两条互相垂直的直线 l_1, l_2，若 l_1 与曲线 E 相交于 A,C 两点，l_2 与曲线 E 相交于 B,D 两点，求四边形 $ABCD$ 面积 S 的最大值。

答案：（1）$(x-2)^2+y^2=4$；（2）7

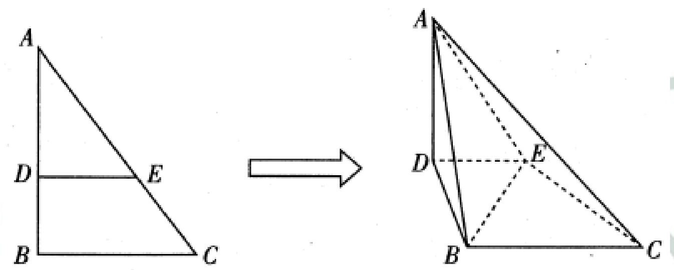
考点：轨迹的求解，基本不等式求最值

解析：设 $P(x,y)$，由 $|PM|=2|PN|$ 可得 $\sqrt{(x+2)^2+y^2}=2\sqrt{(x-1)^2+y^2}$，化简可得：$(x-2)^2+y^2=4$。过圆心 E 向弦 AC,BD 引垂线，垂足分别是 G,H，记 $EG=d_1,EH=d_2$，则 $d_1{}^2+d_2{}^2=1$，则 $d_1d_2\le\frac{1}{2}$。

$S=\frac{1}{2}|AC|\cdot|BD|=\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{4-d_1^2}\cdot2\sqrt{4-d_2^2}=2\sqrt{12+d_1^2d_2^2}\le2\sqrt{12+(\frac{1}{2})^2}=7$。当且仅当 $d_1=d_2=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 上式取等。

21.（本题满分 10 分）说明：请同学们在 A、B 两个小题中任选一题作答。

A.如图 1，在 ΔABC 中，$B=90°,AC=5,BC=3.D,E$ 两点分别在 AB,AC 上，使得 $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=t(0<t<1)$。现将 ΔADE 沿 DE 折起（如图 2），使得平面 $ADE\perp$ 平面 $BCED$。



图①　　图②

（1）证明：$BD\perp AE$；

（2）当 t 为何值时，三棱锥 $A-BCE$ 的体积最大？并求出最大值。

答案：（1）略；（2）4

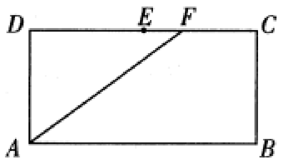
考点：空间垂直的证明、三棱锥的体积

解析（1）证明：由题意：$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=t(0<t<1)$ 所以 $AD\perp DE,BD\perp DE$，又因为平面 $ADE\perp$ 平面 $BCED$，所以 $AD\perp$ 平面 $BCED,\therefore AD\perp BD$，又 $BD\perp DE,\therefore BD\perp$ 平面 $ADE,\therefore BD\perp AE$.

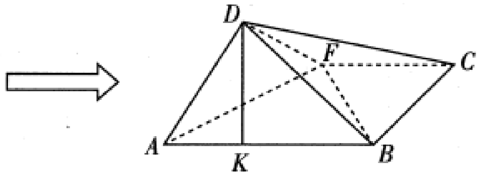
（2）由（1）知，AD 为三棱锥 $A-BCE$ 的高，则 $V_{A-BCE}=\frac{1}{3}\times AD\times S_{BCE},AD=4t,BD=4-4t,EC=5-5t$，

$\therefore V_{A-BCE}=\frac{1}{3}\times4t\times\frac{3\times(4-4t)}{2}=8t-8t^2$，当 $t=\frac{1}{2}$ 时，V 最大 $V_{\max}=2$.

B.如图 1，在长方形 $ABCD$ 中，$AB=2,BC=1,E$ 为 DC 的中点，F 为线段（端点除外）EC 上一动点。现将 ΔAFD 沿 AF 折起（如图 2），使得平面 $ABD\perp$ 平面 $ABCF$。



图①



图②

（1）判断 AD 是否与 BD 垂直，并说明理由。

（2）图 2 中，在平面 ABD 内过点 D 作 $DK \perp AB$，K 为垂足，求 AK 的取值范围。

答案：（1）不垂直；（2）$AK \in (\frac{1}{2},1)$

考点：空间中的垂直关系

解析：（1）若 $AD \perp BD, AD \perp DF, BD \cap DF = D, DF \subset$ 平面 BDF，则，$AD \perp$ 平面 BDF，则 $AD \perp BF$，

由已知 $BC \perp AB$，平面 $ABD \perp$ 平面 $ABCF$，平面 $ABD \cap$ 平面 $ABCF = AB$

则 $BC \perp$ 平面 $ABD, AD \perp BC$，又 $BC \cap BF = B, BC, BF \subset$ 平面 $ABCF$，$AD \perp$ 平面 $ABCF$

$\therefore AD \perp AB$,所以不垂直

（2）如图，过 D 作 $DG \perp AF$，垂足为 G，连接 GK，平面 $ABD \perp$ 平面 ABC，$DK \perp AB$,

$\therefore DK \perp$ 平面 $ABC, \therefore DK \perp AF$，又 $DG \perp AF, \therefore AF \perp$ 平面 $DKG, \therefore AF \perp GK$

当 F 运动到点 E 时，K 为 AB 的中点，$AK = \frac{AB}{2} = 1$

当 F 运动到点 C 时，在 $\mathrm{Rt}\Delta ADF$ 中，$AF = \sqrt{5}$，且 $AG = \frac{1}{\sqrt{5}}, GF = \frac{4}{\sqrt{5}}, \Delta AGK \sim \Delta ABF$，

$\therefore \frac{AG}{AK} = \frac{AB}{AF}, AB = 2, \therefore AK = \frac{1}{2}, \therefore AK \in (\frac{1}{2},1)$.