

2020~2021 学年第一学期高一年级期末考试

数学试卷

(考试时间:上午8:00—9:30)

说明:本试卷为闭卷笔答,答题时间90分钟,满分100分。

题号	一	二	三	总分
得分				

一、选择题(本题共12小题,每小题3分,共36分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,请将其字母标号填入下表相应位置)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

- 475°角的终边所在的象限是
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 已知扇形的半径为2cm,面积为8cm²,则该扇形圆心角的弧度数为
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0, \\ 2^{-x}, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f(f(-1)) =$
A. -1 B. 0
C. 1 D. 2
- 为了得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象,只需把函数 $y = \sin 2x$ 的图象
A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 B. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位
C. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

5. 已知 $a = \log_3 0.5, b = \log_{0.3} 0.5, c = \log_{0.4} 0.5$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$
C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

6. 把角 α 终边逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{2}$ 后经过点 $P\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 则 $\cos \alpha =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 函数 $f(x) = \log_2 x + x + 2$ 的零点所在的一个区间是

- A. $\left(0, \frac{1}{8}\right)$ B. $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)$
C. $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$ D. $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$

8. 函数 $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$ 的单调递减区间是

- A. $\left[k\pi - \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{5\pi}{12}\right] (k \in \mathbb{Z})$ B. $\left[2k\pi - \frac{\pi}{12}, 2k\pi + \frac{5\pi}{12}\right] (k \in \mathbb{Z})$
C. $\left[k\pi + \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{11\pi}{12}\right] (k \in \mathbb{Z})$ D. $\left[2k\pi + \frac{5\pi}{12}, 2k\pi + \frac{11\pi}{12}\right] (k \in \mathbb{Z})$

9. 已知 $\tan \alpha, \tan \beta$ 是方程 $x^2 - \frac{5}{6}x + a = 0$ 的两个实数根,且 $\tan(\alpha + \beta) = 1$, 则实数 $a =$

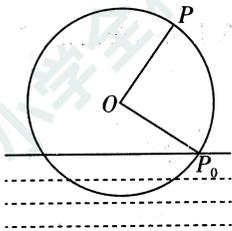
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{11}{6}$
C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{7}{12}$

10. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), 2 \sin 2\alpha - \cos 2\alpha = 1$, 则 $\cos \alpha =$

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

11. 如图,一半径为4.8m的筒车按逆时针方向转动,已知筒车圆心O距离水面2.4m,筒车每60s转动一圈,如果当筒车上点P从水中浮现时(图中点 P_0)开始计时,则

- A. 点P第一次到达最高点需要10s
- B. 点P距离水面的高度 h (单位:m)与时间 t (单位:s)的函数解析式为 $h = 4.8\sin\left(\frac{\pi}{30}t - \frac{\pi}{6}\right) + 2.4$
- C. 在筒车转动的一圈内,点P距离水面的高度不低于4.8m共有10s的时间
- D. 当筒车转动50s时,点P在水面下方,距离水面1.2m



12. 已知函数 $f(x) = \lg(ax^2 + (2-a)x + \frac{1}{4})$ 的值域为 R ,则实数 a 的取值范围是

- A. (1,4)
- B. (1,4) ∪ {0}
- C. (0,1] ∪ [4, +∞)
- D. [0,1] ∪ [4, +∞)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分,把答案写在题中横线上)

13. $\cos \frac{5\pi}{3} =$ _____.

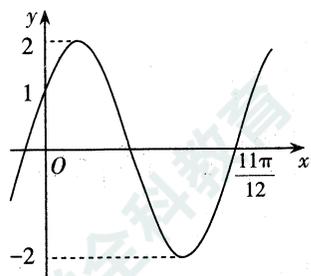
14. 已知强度为 x 的声音对应的等级为 $f(x) = 10\lg \frac{x}{1 \times 10^{-12}}$ 分贝(dB),则等级为90dB的声音强度为_____.

15. 设 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2}), \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$,且 $\tan \alpha = \frac{1 + \sin \beta}{\cos \beta}$,则 $2\alpha - \beta =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示,关于函数

$y = f(x)$ 有下列结论:

- ① 图象关于点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称;
- ② 单调递减区间为 $(\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi), k \in Z$;
- ③ 若 $f(x) = a$,则 $\cos(\omega x - \frac{\pi}{3}) = \frac{a}{2}$;
- ④ $g(x) = f(x) - \log_2 x$ 有4个零点.



则其中结论正确的有_____。(填上所有正确结论的序号)

三、解答题(本大题共5小题,共48分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17. (本小题8分)

求下列各式的值:

(1) $2\log_2 2 - \log_9 \frac{32}{9} + \log_3 8$;

(2) $\lg 5 + \lg 2 - (-\frac{1}{3})^{-2} + (\sqrt{5} - 2)^0$.

18. (本小题10分)

已知 $\frac{\sin\theta - \cos\theta}{\sin\theta + \cos\theta} = 3$.

(1) 求 $\tan\theta$ 的值;

(2) 求 $\frac{\sin\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \cos^2(3\pi - \theta)}{1 + \sin^2(-\theta)}$ 的值.

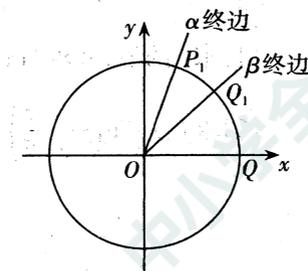
19. (本小题10分)

如图, 设单位圆与 x 轴的正半轴相交于点 $Q(1, 0)$, 当 $\alpha \neq 2k\pi + \beta (k \in \mathbb{Z})$ 时, 以 x 轴非负半轴为始边作角 α, β , 它们的终边分别与单位圆相交于点 $P_1(\cos\alpha, \sin\alpha), Q_1(\cos\beta, \sin\beta)$.

(1) 叙述并利用下图证明两角差的余弦公式;

(2) 利用两角差的余弦公式与诱导公式, 证明: $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$.

(附: 平面上任意两点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 间的距离公式 $P_1P_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$)



20. (本小题10分)说明:请同学们在(A)、(B)两个小题中任选一题作答.

(A)已知函数 $f(x) = \log_2\left(\frac{k}{x+1} - 1\right)$ 是奇函数.

(1)求 k 的值;

(2)求 $f(x)$ 的定义域.

(B)已知函数 $f(x) = \log_2\left(\frac{k}{x+1} - 1\right)$ 是奇函数.

(1)求 k 的值,并求 $f(x)$ 的定义域;

(2)求 $f(x)$ 在 $\left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{5}\right)$ 上的值域.

21. (本小题10分)说明:请同学们在(A)、(B)两个小题中任选一题作答.

(A)已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - 2\sin x \cos x$.

(1)当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 时,求函数 $f(x)$ 的最大值和最小值;

(2)若不等式 $|f(x) - m| < 1$ 在 $x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上恒成立,求实数 m 的取值范围.

(B)已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(2\omega x + \frac{\pi}{6}\right) - 2\sin\omega x \cos\omega x, \omega > 0$.

(1)若函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π ,则当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 时,求函数 $f(x)$ 的最大值和最小值;

(2)若 $f(x)$ 在区间 $(\pi, 2\pi)$ 内没有零点,求 ω 的取值范围.