考试编号＿＿＿＿＿＿

姓　名＿＿＿＿＿＿

班　级＿＿＿＿＿＿

学　校＿＿＿＿＿＿

弥　封　线　内　不　要　答　题

2020~2021学年第一学期高二年级期末考试

数学试卷(理科)

(考试时间:上午8:00——9:30)

说明:本试卷为闭卷笔答,答题时间90分钟,满分100分。

题　号	一	二	三	总　分
得　分				

一、选择题(本题共12小题,每小题3分,共36分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,请将其字母标号填入下表相应位置)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

1. 命题“若$x=3$,则$|x|=3$”的否命题是

A. 若$x=3$,则$|x|\neq 3$　　B. 若$x=-3$,则$|x|=3$

C. 若$x\neq 3$,则$|x|\neq 3$　　D. 若$|x|\neq 3$,则$x\neq 3$

2. 已知抛物线$y^2=2px$的焦点为$F(1,0)$,则$p=$

A. 4　　B. 2

C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

3. 已知空间两点$A(0,1,1)$,$B(1,-2,1)$,则线段AB的中点坐标是

A. $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},1\right)$　　B. $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2},0\right)$　　D. $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},0\right)$

4. 已知$a\in R$,则“$a>1$”是“$a^2>1$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线方程为$y=\frac{1}{3}x$,则该双曲线的离心率为

A. $\sqrt{10}$　　B. 2

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{10}}{3}$

6. 已知平面α的一个法向量为$\boldsymbol{n}=(1,-1,2)$,$A\in\alpha$,且$\overrightarrow{AB}=(-4,0,2)$,则下列结论正确的是

A. $AB//\alpha$　　B. $AB\perp\alpha$,垂足为A

C. $AB\cap\alpha=A$,但不垂直　　D. $AB\subset\alpha$

7. 已知命题$p:\forall x\in\mathbf{R},ax^2+2x+3>0$的否定是真命题,那么实数$a$的取值范围是

A. $a<\frac{1}{3}$　　B. $0<a\leqslant\frac{1}{3}$

C. $a\leqslant\frac{1}{3}$　　D. $a\geqslant\frac{1}{3}$

8. 已知$\boldsymbol{a}=(1-t,1,0)$,$\boldsymbol{b}=(2,t,t)$,则$|\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}|$的最小值是

A. 1　　B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{5}$

9. 从椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上一点$P$向$x$轴作垂线,垂足恰为椭圆的左焦点$F_1$,点$A,B$分别为椭圆的右顶点和上顶点.若$OP//AB$($O$为坐标原点),则该椭圆的离心率为

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. 设正方体$ABCD-A'B'C'D'$的棱长为a,AC'与BD'相交于点O,则

A. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A'C'}=2a^2$　　B. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC'}=\sqrt{2}a^2$

C. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}a^2$　　D. $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{DA'}=a^2$

11. 已知曲线 $E:x^2+y^2\cos\alpha=1\left(\alpha\in[0,\pi)\right)$，则下列结论正确的是

①当 $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ 时，曲线 E 表示双曲线，焦点在 x 轴上；

②当 $\alpha=\frac{\pi}{2}$ 时，曲线 E 表示以原点为圆心，半径为1的圆；

③当 $0\leqslant\alpha<\frac{\pi}{2}$ 时，曲线 E 围成图形的面积的最小值为 π.

A. ①②　　　　B. ①③

C. ②③　　　　D. ①②③

12. 已知 $A(2,0,1)$，$B(2,2,1)$，$C(0,0,2)$，$M(2,\lambda,2)$，$(\lambda>0)$，那么点 M 到平面 ABC 的距离为

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　　　B. $\sqrt{2}\lambda$

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\lambda$　　　　D. $2\sqrt{3}$

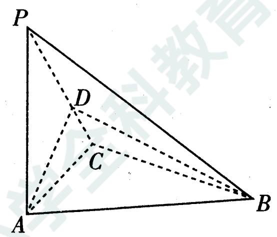
二、填空题(本大题共4小题，每小题4分，共16分，把答案写在题中横线上)

13. 命题“存在实数 x_0，使得 2^{x_0} 大于 3^{x_0}”用符号语言可表示为____________.

14. 已知双曲线的离心率为 $\sqrt{2}$，且与椭圆 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ 有相同的焦点，则该双曲线的标准方程为____________.

15. 已知抛物线 $C:x^2=4y$ 的焦点为F，M 是 C 上一点，FM 的延长线交 x 轴于点 N. 若 M 为 FN 的中点，则 $|FN|=$____________.

16. 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp$ 平面 ABC，ΔACB 为等腰直角三角形，$PA=AC=BC=2$，点 D 在 PC 上，且 $CD:DP=1:2$，则 PB 与平面 ABD 所成角的正弦值为____________.



三、解答题(本大题共5小题，共48分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

17. (本小题8分)

已知命题 $p:|2x-1|\leqslant1$；$q:a-1\leqslant x\leqslant2a\ (a>0)$.

(1)若 $a=1$，写出命题“若 p 则 q”的逆否命题，并判断真假；

(2)若 p 是 q 的充分不必要条件，求实数 a 的取值范围.

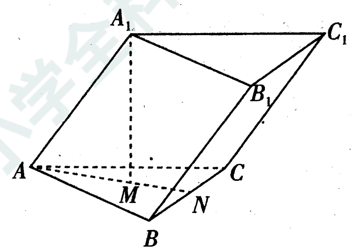
密封线内不要答题

18.(本小题10分)

如图,三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长都相等,$\angle A_1AB=\angle A_1AC=60°$,点 M 为 ΔABC 的重心,AM 的延长线交 BC 于点 N,连接 A_1M.设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{A_1A}=\boldsymbol{c}$.

(1)用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{A_1M}$;

(2)证明: $A_1M\perp AB$.



19.(本小题10分)

已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$,斜率为1的直线经过抛物线 C 的焦点,与抛物线 C 交于 A,B 两点,且 $|AB|=8$.

(1)求抛物线 C 的方程;

(2)若点 $P(1,y)(y>0)$ 在抛物线 C 上,证明点 P 关于直线 $y=x-7$ 的对称点 Q 也在抛物线 C 上.

20.(本小题10分)**说明:请考生在(A),(B)两个小题中任选一题作答.**

(**A**)如图,在四棱锥 $S-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为直角梯形,$AD//BC$, $AD\perp AB$, $SA\perp$平面$ABCD$,$SA=AB=BC=2$, $AD=1$.

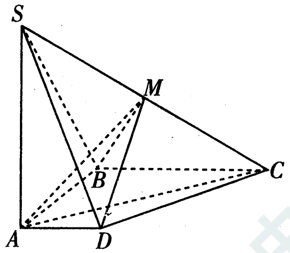
(1)设点 M 为 SC 的中点,求异面直线 AM,CD 所成角的余弦值;

(2)求二面角 $D-SC-B$ 的大小.

(**B**)如图,在四棱锥 $S-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为直角梯形,$AD//BC$, $AD\perp AB$, $SA\perp$平面$ABCD$,$SA=AB=BC=2$,设点M为SC的中点.

(1)若四棱锥$S-ABCD$的体积为2,求异面直线AM,CD所成角的余弦值;

(2)若二面角$A-DM-C$的余弦值为$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,求AD的长.



21.(本小题10分)**说明:请考生在(A),(B)两个小题中任选一题作答.**

(**A**)已知圆 O: $x^2+y^2=4$,点P为圆O上的动点,$DP\perp x$轴,垂足为D,若$\overline{DM}=\dfrac{3}{2}\overline{DP}$,设点$M$的轨迹为曲线$E$.

(1)求曲线E的方程;

(2)设直线l: $y=x+2$与曲线E交于A,B两点,点N为曲线上不同于A,B的一点,求ΔNAB面积的最大值.

(**B**)已知圆O: $x^2+y^2=4$,点P为圆O上的动点,$DP\perp x$轴,垂足为D,若$\overline{DM}=\dfrac{3}{2}\overline{DP}$,设点$M$的轨迹为曲线$E$.

(1)求曲线E的方程;

(2)直线 l: $y=\dfrac{1}{2}x+\sqrt{5}$ 与曲线 E 交于 A,B 两点,N 为曲线 E 上任意一点,且 $\overline{ON}=\lambda\overline{OA}+\mu\overline{OB}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$,证明:$\lambda^2+\mu^2$为定值.