

山西中考模拟百校联考试卷(一)

数学参考答案及评分标准

一、选择题

1~5 DCCBA 6~10 CADCB

二、填空题

11. $y(x+4)(x-4)$ 12. $-2 \leq x < 4$ 13. 6 14. $25x = 20x + 20 \times \frac{1}{12}$ (变形正确即可)

15. $\frac{20}{3}$

三、解答题

16. 解:(1)原式 = $18 - 4 - 9 + 1$ 4分
 $= 6$ 5分

(2)原式 = $\frac{3}{x+3} \div \frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$ 6分

$= \frac{3}{x+3} \cdot \frac{x^2+6x+9}{x^2-9}$ 7分

$= \frac{3}{x+3} \cdot \frac{(x+3)^2}{(x+3)(x-3)}$ 9分

$= \frac{3}{x-3}$ 10分

17. 解: 四边形 $HFGE$ 是平行四边形, 理由如下: 1分

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$.

$\therefore \angle ADB = \angle CBD$ 2分

$\because EG \perp BD, FH \perp BD$,

$\therefore \angle DGE = \angle EGH = \angle BHF = \angle FHC = 90^\circ$ 3分

$\therefore EG \parallel FH$ 4分

$\therefore DE = BF$.

$\therefore \triangle DGE \cong \triangle BHF$ (AAS). 5分

$\therefore GE = HF$ 6分

\therefore 四边形 $HFGE$ 是平行四边形. 7分

18. 解: 设每台 B 型净水器的售价为 x 元, 每台 A 型净水器的售价为 $(x+2000)$ 元, 1分

根据题意, 得 $\frac{200000}{x+2000} = \frac{4}{5} \cdot \frac{200000}{x}$, 3分

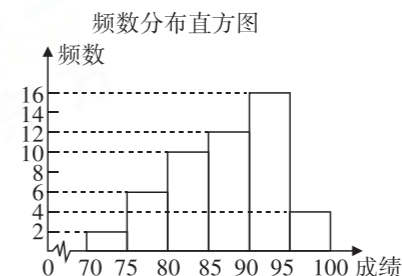
解, 得 $x = 8000$ 4分

经检验 $x = 8000$ 是原方程的根, 此时 $x + 2000 = 10000$ 5分

答: 每台 A 型净水器的售价为 10000 元, 每台 B 型净水器的售价为 8000 元. 6分

19. 解: (1) 50 D 2分

(2) 补全的频数分布直方图如图所示.



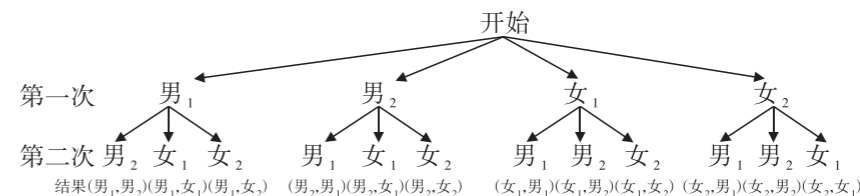
..... 4分

(3) 480 5分

(4) 成绩前四名的学生是两名男生和两名女生, 两名男生分别记为男₁, 男₂, 两名女生分别记为女₁, 女₂. 根据题意列表如下:

第二次 \ 第一次	男 ₁	男 ₂	女 ₁	女 ₂
男 ₁		(男 ₁ , 男 ₂)	(男 ₁ , 女 ₁)	(男 ₁ , 女 ₂)
男 ₂	(男 ₂ , 男 ₁)		(男 ₂ , 女 ₁)	(男 ₂ , 女 ₂)
女 ₁	(女 ₁ , 男 ₁)	(女 ₁ , 男 ₂)		(女 ₁ , 女 ₂)
女 ₂	(女 ₂ , 男 ₁)	(女 ₂ , 男 ₂)	(女 ₂ , 女 ₁)	

..... 8分
 或树状图



..... 8分

由列表(或树状图)可知, 一共有 12 种等可能的结果, 其中恰好选中一名男生和一名女生的结果有 8 种, 9分

$\therefore P(\text{恰好选中一名男生和一名女生}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ 10分

20. 解: (1) \because 点 $E(n, 3)$ 在直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 上,

$\therefore 3 = \frac{1}{2}n + 2$ 1分

解得 $n = 2$.

\therefore 点 E 的坐标为 $(2, 3)$ 2分

∵点E在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)上,
 $\therefore 3 = \frac{k}{2}$,解得 $k = 6$ 3分

∴k的值为6.

(2)在 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 中,

当 $x = 0$ 时, $y = 2$.

当 $y = 0$, $\frac{1}{2}x + 2 = 0$,解得 $x = -4$.

∴点A(-4,0),B(0,2), 4分

∴OA=4,OB=2.

∴四边形ABCD是矩形,

∴∠ABC=∠D=90°.

∴BO⊥AC(x轴⊥y轴), ∴∠AOB=90°.

∴∠ABO+∠CBO=∠ABO+∠BAO=90°.

∴∠BAO=∠CBO.

∴△ABO~△BCO. 5分

∴ $\frac{OC}{OB} = \frac{OB}{OA}$,即 $\frac{OC}{2} = \frac{2}{4}$.

∴OC=1, ∴点C的坐标为(1,0). 6分

线段CD可以由线段AB向下平移2个单位,向右平移一个单位得到,可得点D(-3,-2).

..... 7分

点D在双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上,理由如下: 8分

∴在 $y = \frac{6}{x}$ 中,

当 $x = -3$ 时, $y = -2$.

∴点D在双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上. 9分

21. 解:(1)补全证明: ∴ $\frac{AB}{DP} = \frac{AC}{DC}$ 1分

∴AC·DP=AB·DC.②

∴①+②得,AC·BP+AC·DP=AD·BC+AB·DC. 2分

∴AC·(BP+DP)=AD·BC+AB·DC.

即AC·BD = AD·BC+AB·DC. 3分

(2)∴∠ACB=90°,AC=6,BC=8,

∴∠ADB=90°,AB = $\sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ 4分

∴CD平分∠ACB,

∴∠BCD=∠ACD.

∴ $\widehat{BD} = \widehat{AD}$.

∴BD=AD. 5分

∴AB为⊙O的直径,

∴∠ADB=90°, ∴∠ABD=45°

∴BD=AD=AB·sin45°=5 $\sqrt{2}$ 6分

∴四边形ACBD内接于⊙O,

∴AB·CD = AC·BD+AD·BC. 7分

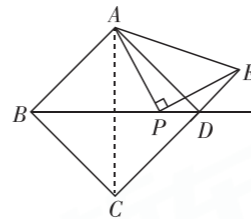
即10CD = 6×5 $\sqrt{2}$ + 5 $\sqrt{2}$ ×8.

∴CD=7 $\sqrt{2}$ 8分

22. (1)CE= $\sqrt{2}$ BP 2分

(2)(1)中的结论是还成立.选择图2证明如下:

如答图1,连接AC.



答图1

∴四边形ABCD是正方形,AB=BC=CD=DA,∠BAD=∠ABC=90°,

∴∠ABP=∠ACE=∠BAC=45°, 3分

∴cos∠BAC= $\frac{BA}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 4分

∴Rt△APE是等腰直角三角形,

∴∠PAE=∠AEP=45°.

∴∠BAC+∠CAP=∠PAE+∠CAP.

∴∠BAP=∠CAE. 5分

∴△ABP~△ACE. 6分

$\frac{AB}{AC} = \frac{BP}{CE}$.

∴ $\frac{BP}{CE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

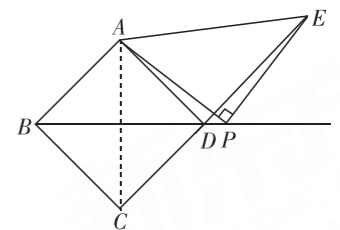
即CE= $\sqrt{2}$ BP. 7分

选择图3证明如下:

如答图2,连接AC,

∴四边形ABCD是正方形,AB=BC=CD=DA,∠BAD=∠ABC=∠ADC=90°,

∴∠ABP=∠ACE=∠BAC=45°, 3分



答图2

$\therefore \cos \angle BAC = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 4分

$\therefore \text{Rt} \triangle APE$ 为等腰直角三角形,

$\therefore \angle PAE = \angle AEP = 45^\circ$,

$\therefore \angle BAP = \angle BAC + \angle CAP, \angle CAE = \angle PAE + \angle CAP$

$\therefore \angle BAP = \angle CAE$ 5分

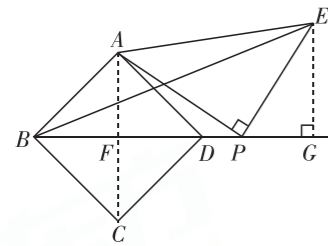
$\therefore \triangle ABP \sim \triangle ACE$ 6分

$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BP}{CE}$

$\therefore \frac{BP}{CE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore CE = \sqrt{2} BP$ 7分

(3) 如答图3, 连接AC交BD于点F, 过点E作EG⊥BP交直线BP于点G. 8分



答图3

\therefore 四边形ABCD是正方形, $AB = 2\sqrt{2}$,

$\therefore BC = AB = 2\sqrt{2}, \angle BAD = 90^\circ, AC \perp BD$.

$\therefore \angle ABD = 45^\circ, \angle AFB = \angle AFD = 90^\circ. \therefore \angle BAC = 45^\circ, \angle FAP + \angle APF = 90^\circ$.

$\therefore AF = BF. \therefore BF = AF = AB \cdot \sin 45^\circ = 2$.

\therefore 在Rt△APE中, $\angle APE = 90^\circ, AP = PE$,

$\therefore \angle APF + \angle EPG = 90^\circ, \therefore \angle FAP = \angle EPG$.

$\therefore EG \perp BG, \therefore \angle AFP = \angle PGE = 90^\circ$ 9分

$\therefore \triangle FAP \cong \triangle GPE$ (AAS) 10分

$\therefore FP = EG, PG = AF = 2$.

在Rt△EGB中, 由勾股定理得 $BE^2 = BG^2 + EG^2$.

设 $FP = EG = x, \therefore (6\sqrt{2})^2 = (2 + x + 2)^2 + x^2$.

解得 $x_1 = 4\sqrt{2} - 2, x_2 = -4\sqrt{2} - 2$ (舍) 11分

$\therefore S_{\triangle BPE} = \frac{1}{2} BP \cdot EG = \frac{1}{2} \times (2 + 4\sqrt{2} - 2) \times (4\sqrt{2} - 2) = 16 - 4\sqrt{2}$ 12分

23. 解: (1) $\therefore OA = OC = 3$,

$\therefore C(0, -3), A(-3, 0)$ 1分

\therefore 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点A, C,

$\therefore \begin{cases} 9 - 3b + c = 0, \\ c = -3, \end{cases}$ 2分

解得 $\begin{cases} b = 2, \\ c = -3. \end{cases}$

\therefore 抛物线的表达式是 $y = x^2 + 2x - 3$ 3分

(2) △ACD是直角三角形, 理由如下: 4分

$\therefore y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$

\therefore 顶点 $D(-1, -4)$ 5分

如答图1, 设抛物线的对称轴与x轴交于点E, 过C作CF⊥DE于点F,

$\therefore A(-3, 0), B(1, 0), C(0, -3), D(-1, -4)$,

$\therefore OA = OC = 3, OB = 1, AB = 4, AE = 2, DE = 4, CF = 1, DF = 1$.

$\therefore AC^2 = OA^2 + OC^2 = 3^2 + 3^2 = 18$,

$AD^2 = AE^2 + DE^2 = 2^2 + 4^2 = 20$,

$CD^2 = CF^2 + DF^2 = 1^2 + 1^2 = 2$ 6分

$\therefore AD^2 = AC^2 + CD^2$.

$\therefore \triangle ACD$ 是直角三角形, 且 $\angle ACD = 90^\circ$ 7分

(3) 设直线AC的表达式为 $y = kx + d$, 将 $A(-3, 0), C(0, -3)$ 代入,

得 $\begin{cases} -3k + d = 0, \\ d = -3 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = -1, \\ d = -3. \end{cases}$

\therefore 直线AC的表达式为 $y = -x - 3$ 8分

如答图2, 过点N作NG⊥x轴于点G, 交直线AC于点M, 过点C作CH⊥NG于点H.

\therefore 点N的横坐标为n,

\therefore 点 $N(n, n^2 + 2n - 3)$, 点 $M(n, -n - 3)$.

$\therefore NM = (-n - 3) - (n^2 + 2n - 3) = -n^2 - 3n$ 9分

$\therefore S_{\triangle ANC} = S_{\triangle ANM} + S_{\triangle CNM}$
 $= \frac{1}{2} NM \cdot AG + \frac{1}{2} NM \cdot CH$

$= \frac{1}{2} NM \cdot (AG + CH)$

$= \frac{1}{2} NM \cdot AO$

$= \frac{1}{2} (-n^2 - 3n) \times 3$

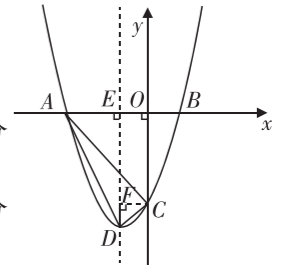
$= -\frac{3}{2} n^2 - \frac{9}{2} n$ 10分

$= -\frac{3}{2} \left(n + \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{27}{8}$.

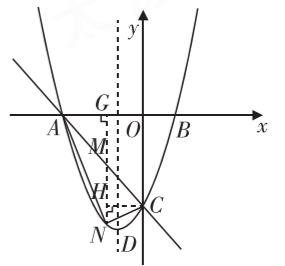
$\therefore a = -\frac{3}{2} < 0$.

\therefore 当 $n = -\frac{3}{2}$ 时, $S_{\triangle ANC}$ 的最大值是 $\frac{27}{8}$ 11分

(4) 存在. 点N的坐标为 $(-2, -3)$ 或 $(4, 21)$ 13分



答图1



答图2