

秘密★启用前

文科数学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 12 < 0\}$, 集合 $B = \{x | -5 \leq x < 0\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{x | -5 \leq x < 3\}$ B. $\{x | -5 \leq x < -4\}$
 C. $\{x | -4 < x < 0\}$ D. $\{x | 0 < x < 3\}$

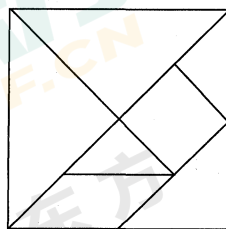
2. 若复数 $z = \frac{2}{-1+i}$, 则 $|z| =$

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

3. “ $\forall \alpha \in \mathbf{R}, \sin\left(\frac{k\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha, k \in \mathbf{Z}$ ”是“ $k = 1$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 七巧板又称七巧图、智慧板,是中国古代劳动人民的发明,其历史至少可以追溯到公元前一世纪,到了明代基本定型,于明、清两代在民间广泛流传.某同学用边长4寸的正方形木板制作了一套七巧板,如图所示,包括5个等腰直角三角形,1个正方形和1个平行四边形.现他从5个三角形中随意取出两个,则这两个三角形的面积之和不小于另外三个三角形面积之和的概率是



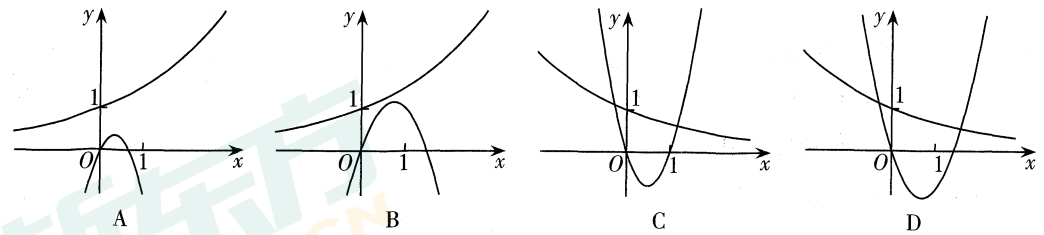
(第4题图)

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{2}$

5. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 1, |b| = 2, a \cdot (a + b) = 0$, 则向量 a 与 b 的夹角为

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

6. 在同一直角坐标系中,指数函数 $y = \left(\frac{b}{a}\right)^x$, 二次函数 $y = ax^2 - bx$ 的图象可能是



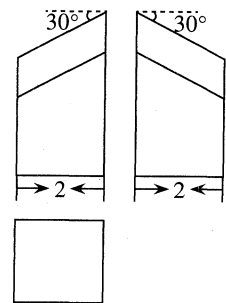
7. 在QBASIC等程序语言中,通常用 $a \bmod b$ 表示 a 除以 b 后得到的余数,例如 $10 \bmod 3 = 1, 28 \bmod 5 = 3$. 则 $7^{2022} \bmod 10$ 等于

- A. 7 B. 9 C. 3 D. 1

8. 已知双曲线的离心率为2,其两条渐近线夹角为 α , 则 $\tan\alpha =$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\sqrt{3}$
 C. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$

9. 木工师傅把一个长方形的木块切去一部分,得到一个三视图如图所示的新木件,则这个木件的切面面积为



(第9题图)

- A. $\frac{16}{3}$ B. $\frac{3\sqrt{15}}{5}$
 C. $\frac{4\sqrt{15}}{3}$ D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

10. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} - ax$, 对于任意实数 x_1, x_2 , 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$, 则 a 的取值范围为

- A. $a > \frac{1}{2}$ B. $a > 1$ C. $a \geq \frac{1}{2}$ D. $a \geq 1$

11. 一个圆锥的底面圆周和顶点都在一个球面上,已知圆锥的底面面积与球面面积比值为 $\frac{2}{9}$, 则这个圆锥体积与球体积的比值为

- A. $\frac{8}{81}$ B. $\frac{8}{27}$
 C. $\frac{4}{81}$ 或 $\frac{8}{81}$ D. $\frac{4}{27}$ 或 $\frac{8}{27}$

12. 函数 $f(x) = a^x |\log_a x| - 1$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 有两个零点, 则 a 的取值范围为

- A. $(1, +\infty)$ B. $\left\{e^{-\frac{1}{e}}\right\} \cup (1, +\infty)$
 C. $\{e^{-e}\} \cup (1, +\infty)$ D. $\left\{\frac{1}{e}\right\} \cup (1, +\infty)$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 已知点 $P(\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5})$ 是角 α 的终边与单位圆的交点, 则 $\sin 2\alpha = \underline{\hspace{1cm}}$.
14. 已知 $a > 0$, 直线 $l_1: x + y - a = 0, l_2: x + y + a = 0$, 若直线 l_1, l_2 将圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 的周长四等分, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$.
15. 在平面四边形 $ABCD$ 中, $BC \perp CD, \angle B = 135^\circ, \angle D$ 为锐角, $BC = 3, AD = 2\sqrt{10}, AC = 3\sqrt{5}$, 则 $\sin \angle ACB = \underline{\hspace{1cm}}, CD = \underline{\hspace{1cm}}$. (第1空2分, 第2空3分)
16. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 $M(-\frac{p}{2}, 0)$, 过点 F 的直线与此抛物线交于 A, B 两点, 若 $|AB| = 24$, 且 $\tan \angle AMB = 2\sqrt{2}$, 则 $p = \underline{\hspace{1cm}}$.

三、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题, 考生根据要求作答。

(一)必考题:共60分。

17. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 中, $\frac{a_n}{a_{n-1}} = -\frac{(n-1)(2n+1)}{(n+1)(2n-1)}$, 其中 $n \geq 2$, 且 $n \in \mathbf{N}$.

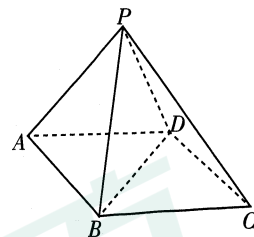
从条件① $a_1 = \frac{3}{2}$, 与条件② $a_1 a_2 = -\frac{5}{4}$, 且 $a_1 > 0$ 中选择一个, 结合如上的已知条件, 完成下面的问题。

- (1) 求 a_2, a_3, a_4 , 并猜想 a_n ;
 (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 $2n$ 项和 S_{2n} .

注:如果选择条件①和条件②分别解答, 按条件①的解答给分。

18. (12分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 三角形 APB 为等腰直角三角形, $PA = PB$, 已知 $AD = \sqrt{2}, AB = 2, PD \perp AB, PC = \sqrt{5}$.

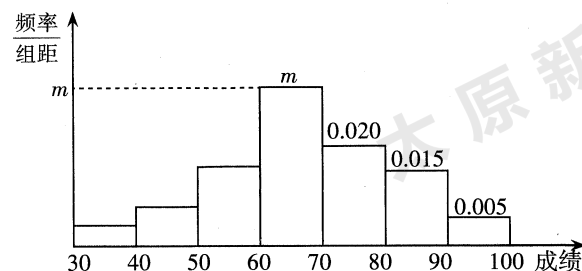


(第18题图)

- (1) 求证: $BD \perp AD$;
 (2) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积。

19. (12分)

某次人才招聘活动中, 某公司计划招收600名新员工。由于报名者共2000人, 远超计划, 故该公司采用笔试的方法进行选拔, 并按照笔试成绩择优录取。现采用随机抽样的方法抽取200名报名者的笔试成绩, 绘制频率分布直方图如下:



已知直方图中, 左边四个小长方形的高度自左向右依次构成公比为2的等比数列。

根据频率分布直方图解答以下问题:

- (1) 求 m ;
 (2) 估计此次笔试的平均成绩;
 (3) 估计该公司此次招聘的录取分数线。

20. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln x + ax^2 - (2a+1)x$.

- (1) 若 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调, 求 a 的取值范围;
 (2) 若 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上有极小值, 求该极小值的最大值。

21. (12分)

已知椭圆 C_2 与 $C_1: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的离心率相同, 过 C_2 的右焦点且垂直于 x 轴的直线被椭圆 C_2 截得的线段长为 $3\sqrt{2}$.

- (1) 求椭圆 C_2 的标准方程;
 (2) 若直线 $l: y = \sqrt{3}x + m$ 与椭圆 C_1, C_2 的交点从上到下依次为 C, A, B, D , 且 $|AC| = \frac{4}{5}$, 求 m 的值。

(二)选考题:共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑。

22. [选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -\frac{4}{3} + t\cos\alpha \\ y = -\frac{7}{3} + t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数, α 为直线 l 的倾斜角), 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{4}{3 - \cos 2\theta}$.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程;
 (2) 若点 $P(-\frac{4}{3}, -\frac{7}{3})$, 直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 且 $\overline{PA} = 2\overline{PB}$, 求直线 l 的方程。

23. [选修4-5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x) = |3x - 1| + 2|x - 3|$.

- (1) 若关于 x 的方程 $|3x - 1| + 2|x - 3| = a$ 有两个不同的实数根, 求 a 的取值范围;
 (2) 如果不等式 $f(x) \leq bx$ 的解集非空, 求 b 的取值范围。

文科数学答题卡

答题卡类型: A

姓名 _____

贴条形码区

准考证号

注意事项

- 答题前, 考生务必首先认真核准条形码上的姓名、准考证号, 然后使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔将姓名、准考证号填写在相应位置, 并在答题卡背面左上角填写姓名和准考证号末两位。准考证号的每个书写框内只能填写一个阿拉伯数字。要求字体工整、笔迹清晰。填写阿拉伯数字的样例: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- 答选择题时, 必须使用2B铅笔填涂。修改时, 要用橡皮将修改处擦干净。规范填涂样例:
- 答非选择题时, 必须使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写; 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用0.5毫米的黑色笔迹签字笔描清楚。要求字体工整、笔迹清晰。严格按题号所指示的答题区域作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在试题、草稿纸上答题无效。
- 保持答题卡清洁、完整。严禁折叠, 严禁在答题卡上作任何标记, 严禁使用涂改液、胶带纸和修正带。严禁污染答题卡上的黑色方块。
- 未按上述要求填写、答题, 影响评分质量, 后果自负。

此栏禁止考生填涂 缺考标记 缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂左边的缺考标记。

选择题 (用2B铅笔填涂)

- | | | |
|---|--|--|
| 1 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 6 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 11 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 2 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 7 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 12 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 3 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 8 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |
| 4 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 9 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |
| 5 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 10 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |

非选择题 (用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写)

13. _____ 14. _____
15. _____ 16. _____

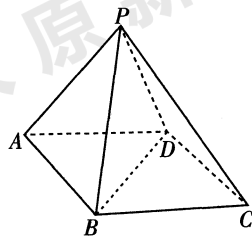
17. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

续17

18. (12分)

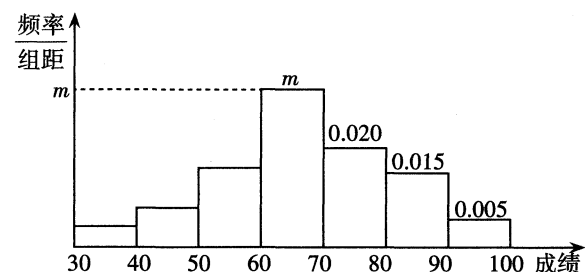


请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

续18

19. (12分)



请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

考生 必填	姓名		准考证号		考生务必将姓名、准考证号末两位用0.5毫米的黑色笔迹签字笔认真填写在书写框内，准考证号末两位的每个书写框只能填写一个阿拉伯数字。
			末两位		

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题

22 23

(请考生在22、23两题中任选一题作答。注意：只能做所选定的题目。如果多做，则按所做的第一个题目计分，作答时请用2B铅笔将所选题号后的方框涂黑。)

选做题号 _____ (10分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效