

太原市2021年高三年级模拟考试(一)

数学试卷(文科)

(考试时间:下午3:00—5:00)

注意事项:

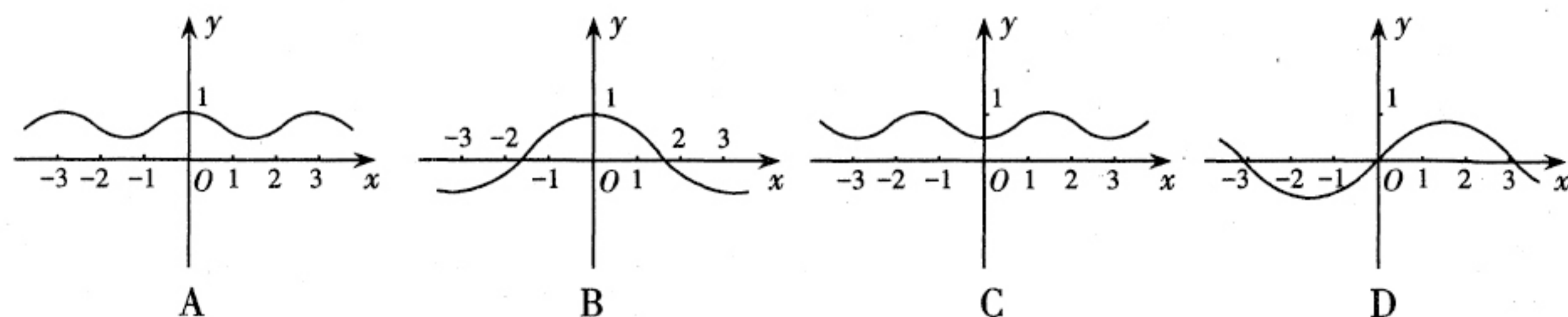
1. 本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,第I卷1至4页,第II卷5至8页。
2. 回答第I卷前,考生务必将自己的姓名、考试编号填写在答题卡上。
3. 回答第I卷时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第II卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第I卷

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{2, 3\}$ ,  $B = \{1, 3, 5\}$ , 则  $A \cup (\complement_U B) =$ 
  - A.  $\{2, 3, 4\}$
  - B.  $\{2\}$
  - C.  $\{1, 5\}$
  - D.  $\{1, 3, 4, 5\}$
2. 已知复数  $z$  满足  $z(1-i) = 2i$ , 则复数  $z =$ 
  - A.  $1-i$
  - B.  $1+i$
  - C.  $-1-i$
  - D.  $-1+i$
3. 公元前6世纪,古希腊毕达哥拉斯学派在研究正五边形和正十边形的作图时,发现了黄金分割数  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ , 其近似值为0.618, 这是一个伟大的发现,这一数值也表示为  $a = 2\sin 18^\circ$ , 若  $a^2 + b = 4$ , 则  $\frac{a^2 b}{1 - \cos 72^\circ} =$ 
  - A.  $\frac{1}{2}$
  - B. 2
  - C.  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
  - D. 4

4. 函数  $f(x) = \cos(\sin x)$  的部分图象大致是



5. 在区间  $[-1, 1]$  上任取一个实数  $k$ , 则使得直线  $y = kx$  与圆  $(x-2)^2 + y^2 = 1$  有公共点的概率是

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- D.  $\frac{1}{2}$

6. 已知  $a, b$  为单位向量, 且满足  $|a-b| = \sqrt{2}$ , 则  $|2a+b| =$

- A.  $\sqrt{3}$
- B.  $\sqrt{7}$
- C.  $\sqrt{5}$
- D.  $2\sqrt{2}$

7. 已知  $\{a_n\}$  是各项均为正数的等比数列, 其前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $\{S_n\}$  是等差数列, 则下列结论错误的是

- A.  $\{a_n + S_n\}$  是等差数列
- B.  $\{a_n \cdot S_n\}$  是等比数列
- C.  $\{a_n^2\}$  是等差数列
- D.  $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$  是等比数列

8. 已知实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} 3x + y - 3 \geq 0, \\ 2x + 3y - 9 \leq 0, \\ x - 2y - 1 \leq 0, \end{cases}$  则  $z = \frac{2x + y - 3}{x - 2}$  的取值范围是

- A.  $(-\infty, 1] \cup (2, 4]$
- B.  $[1, 2) \cup (2, 4]$
- C.  $[1, 2) \cup [4, +\infty)$
- D.  $(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

9. 已知  $a = 4\ln 3^\pi$ ,  $b = 3\ln 4^\pi$ ,  $c = 4\ln \pi^3$ , 则下列结论正确的是

- A.  $b < c < a$
- B.  $c < b < a$
- C.  $b < a < c$
- D.  $a < b < c$



太原市2021年高三年级模拟考试(一)

数学试卷(文科)

第II卷(非选择题 共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.试题中包含两空的,答对第一空的给3分,全部答对的给5分.

13. 函数  $f(x) = (x-1)e^x$  的图象在点  $(0, f(0))$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.
14. 某公司初级、中级和高级职称的职工人数恰好组成一个公比为  $q$  的等比数列,现采用分层抽样从全体职工中随机抽取130人进行一项活动,已知被抽取的高级职工人数为10,则被抽取的初级职工的人数为\_\_\_\_\_.
15. 已知  $a, b, c$  分别是  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边,  $3c\sin A = 4b\sin C, \cos C = \frac{2}{3}$ , 点  $D$  在线段  $AB$  上,且  $BD = 2DA$ , 若  $\triangle ABC$  的面积为  $2\sqrt{5}$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_,  $CD =$ \_\_\_\_\_.
16. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左焦点是点  $F$ , 过原点倾斜角为  $\frac{\pi}{3}$  的直线  $l$  与椭圆  $C$  相交于  $M, N$  两点, 若  $\angle MFN = \frac{2\pi}{3}$ , 则椭圆  $C$  的离心率是\_\_\_\_\_.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17. (本小题满分12分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 数列  $\{b_n\}$  满足  $b_n = a_n + a_{n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$ , 再从下面条件①与②中任选一个作为已知条件,完成以下问题:

(I)证明:  $\{b_n\}$  是等比数列;

(II)求数列  $\{nb_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

条件①:  $a_1 = \frac{3}{2}, 4S_n + 2a_{n+1} = 3^{n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$ ; 条件②:  $a_1 = a_2 = \frac{3}{2}, a_{n+2} = a_n + 2 \times 3^n (n \in \mathbf{N}^*)$ .

18. (本小题满分12分)

某地区为了实现产业的转型发展,利用当地旅游资源丰富多样的特点,决定大力发展旅游产业,一方面对现有旅游资源进行升级改造,另一方面不断提高旅游服务水平.为此该地区旅游部门,对所推出的报团游和自助游项目进行了深入调查,下表是该部门从去年某月到该地区旅游的游客中,随机抽取的100位游客的满意度调查表.

满意度	老年人		中年人		青年人	
	报团游	自助游	报团游	自助游	报团游	自助游
满意	12	1	18	4	15	6
一般	2	1	6	4	4	12
不满意	1	1	6	2	3	2

(I)由上表中的数据分析,老年人、中年人和青年人这三种人群中,哪一类人群更倾向于选择报团游?

(II)为了提高服务水平,该旅游部门要从上述样本里满意度为“不满意”的自助游游客中,随机抽取2人征集改造建议,求这2人中有老年人的概率.

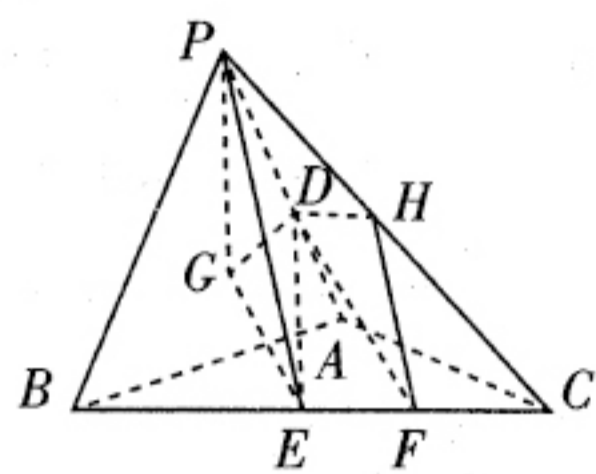
(III)若你朋友要到该地区旅游,根据上表中的数据,你会建议他选择哪种旅游项目?

19. (本小题满分12分)

如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\triangle PAB$ 是正三角形, $G$ 是 $\triangle PAB$ 的重心, $D,E,H$ 分别是 $PA,BC,PC$ 的中点,点 $F$ 在 $BC$ 上,且 $BF=3FC$ .

(I) 求证:平面 $DFH \parallel$ 平面 $PGE$ ;

(II) 若 $PB \perp AC, AB = AC = 2, BC = 2\sqrt{2}$ ,求三棱锥 $P-DEG$ 的体积.



20. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \cos x + x \sin x$ .

(I) 讨论 $f(x)$ 在 $[-2\pi, 2\pi]$ 上的单调性;

(II) 求函数 $g(x) = f(x) - \frac{1}{4}x^2 - 1$ 零点的个数.

21. (本小题满分12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别是 $F_1, F_2$ ,其离心率 $e = \frac{1}{2}$ ,点 $P$ 是椭圆 $C$ 上一动点, $\triangle PF_1F_2$ 内切圆面积的最大值为 $\frac{\pi}{3}$ .

(I) 求椭圆 $C$ 的标准方程;

(II) 直线 $PF_1, PF_2$ 与椭圆 $C$ 分别相交于点 $A, B$ ,求证: $\frac{|PF_1|}{|F_1A|} + \frac{|PF_2|}{|F_2B|}$ 为定值.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分10分)【选修4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 曲线 $C_1$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{1}{2}(t + \frac{1}{t}), \\ y = t - \frac{1}{t} \end{cases} (t \text{ 为参数})$ , 以坐标原点

$O$ 为极点,  $x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 $C_2$ 的极坐标方程为 $\cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = 0$ .

(I) 求曲线 $C_1$ 的普通方程和 $C_2$ 的直角坐标方程;

(II) 已知点 $P(3, \sqrt{3})$ , 曲线 $C_1$ 与 $C_2$ 相交于 $A, B$ 两个不同点, 求 $||PA| - |PB||$ 的值.

23. (本小题满分10分)【选修4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |x + \frac{2}{m}| + |x - m| (m > 0)$ .

(I) 当 $m = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值;

(II) 若存在 $x \in (0, 1)$ , 使得不等式 $f(x) \leq 3$ 成立, 求实数 $m$ 的取值范围.

太原市 2021 年高三年级模拟考试 (一)

文科数学答题卡

姓名 \_\_\_\_\_

贴条形码区

准考证号

注意  
事项

1. 答题前, 考生务必首先认真核准条形码上的姓名、准考证号, 然后使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔将姓名、准考证号填写在相应位置, 并在答题卡背面左上角填写姓名和准考证号末两位。准考证号的每个书写框内只能填写一个阿拉伯数字。要求字体工整, 笔迹清晰。填写阿拉伯数字的样例: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
2. 答第 I 卷时, 必须使用2B铅笔填涂。修改时, 要用橡皮将修改处擦干净, 规范填涂样例:
3. 答第 II 卷时, 必须使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写, 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用0.5毫米的黑色笔迹签字笔描清楚, 要求字迹工整, 笔迹清晰, 严格按题号所指示的答题区域作答, 超出答案区域书写的答案无效, 在试题、草稿纸上答题无效。
4. 保持答题卡清洁、完整, 严禁折叠, 严禁在答题卡上作任何标记, 严禁使用涂改液、胶带纸和修正带。严禁污染答题卡上的黑色方块。
5. 未按上述要求填写、答题, 影响评分质量, 后果自负。

此栏禁止考生填涂 缺考标记  缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂左边的缺考标记。

第 I 卷 (用2B铅笔填涂)

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 1 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 6 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D  | 11 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 2 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 7 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D  | 12 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 3 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 8 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D  |  |
| 4 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 9 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D  |  |
| 5 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 10 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |  |

第 II 卷 (用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写)

二、填空题 (每小题5分, 共20分。试题中包含两空的, 答对第一空的给3分, 全部答对的给5分。)

13. \_\_\_\_\_ 14. \_\_\_\_\_
15. \_\_\_\_\_
16. \_\_\_\_\_

三、解答题 (共70分)

17. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

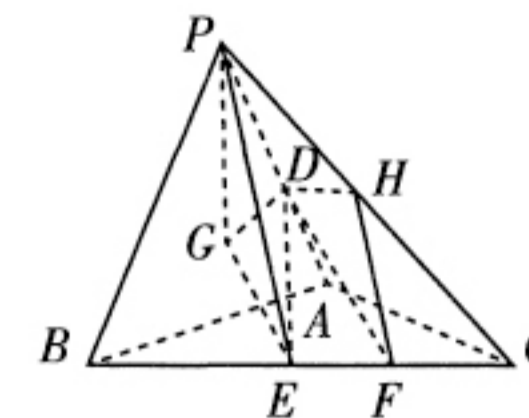
续17题

18. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

19. (12分)



请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

考生  
必填

姓名

准考证号  
末两位

考生务必将姓名、准考证号末两位用0.5毫米的黑色笔迹签字笔认真填写在书写框内。准考证号末两位的每个书写框只能填写一个阿拉伯数字。

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题：

(22)  (23)

(请考生在第(22)、(23)两题中任选一题作答。注

意：只能做所选定的题目。如果多做，则按所做的第一题计分。作答时请用2B铅笔将所选题号后的方框涂黑。)

选做题号 \_\_\_\_\_ (10分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效