

太原市2021年高三年级模拟考试(一)

数学试卷(理科)

第II卷(非选择题 共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.试题中包含两空的,答对第一空的给3分,全部答对的给5分.

13. 函数 $f(x) = (x+2)e^{-x}$ 的图象在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为_____.
14. 在 $(1-x) + (1-x)^2 + (1-x)^3 + (1-x)^4 + (1-x)^5 + (1-x)^6$ 的展开式中, x^3 的系数为_____.
15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = a_2 = \frac{3}{2}, a_{n+2} = a_n + 2 \times 3^n (n \in \mathbf{N}^*)$, 且 $b_n = a_n + a_{n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$, 则数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为_____, 若 $b_n c_n = \frac{4(n+1)}{3(4n^2-1)} (n \in \mathbf{N}^*)$, 则数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为_____.
16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点是点 F , 过原点倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线 l 与椭圆 C 相交于 M, N 两点, 若 $\angle MFN = \frac{2\pi}{3}$, 则椭圆 C 的离心率是_____.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17. (本小题满分12分)

已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边, $3c \sin A = 4b \sin C$, 再从下面条件①与②中任选一个作为已知条件,完成以下问题:

- (I) 证明: $\triangle ABC$ 为等腰三角形;
 (II) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{5}$, 点 D 在线段 AB 上, 且 $BD = 2DA$, 求 CD 的长.

条件①: $\cos C = \frac{2}{3}$; 条件②: $\cos A = \frac{1}{9}$.

【注:如果选择条件①和条件②分别解答,按第一个解答计分.】

18. (本小题满分12分)

某地区为了实现产业的转型发展,利用当地旅游资源丰富多样的特点,决定大力发展旅游产业,一方面对现有旅游资源进行升级改造,另一方面不断提高旅游服务水平.为此该地区旅游部门,对所推出的报团游和自助游项目进行了深入调查,下表是该部门从去年某月到该地区旅游的游客中,随机抽取的100位游客的满意度调查表.

满意度	老年人		中年人		青年人	
	报团游	自助游	报团游	自助游	报团游	自助游
满意	12	1	18	4	15	6
一般	2	1	6	4	4	12
不满意	1	1	6	2	3	2

- (I) 已知甲是此次调查时满意度为“满意”的报团游游客,由上表中的数据分析,甲最有可能是老年人、中年人和青年人这三种人群中的哪一类人群?
 (II) 为了提高服务水平,该旅游部门要从上述样本里满意度为“不满意”的游客中,随机抽取3人征集整改建议,记 X 表示这3人中老年人的人数,求 X 的分布列和期望.
 (III) 若你朋友要到该地区旅游,根据上表中的数据,你会建议他选择哪种旅游项目?

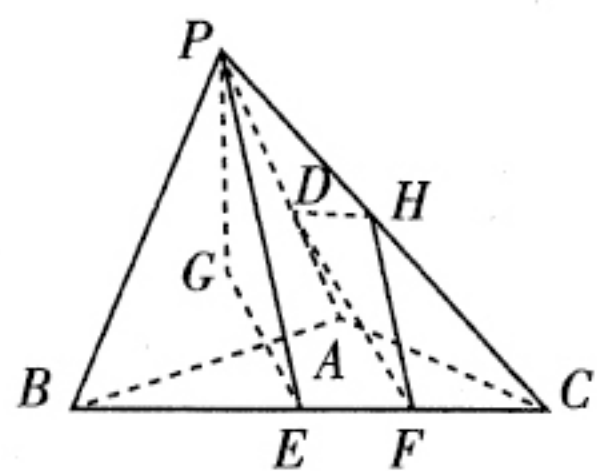
题
答
要
不
内
线
封
弥

19. (本小题满分12分)

如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\triangle PAB$ 是正三角形, G 是 $\triangle PAB$ 的重心, D,E,H 分别是 PA,BC,PC 的中点,点 F 在 BC 上,且 $BF=3FC$.

(I) 求证:平面 $DFH \parallel$ 平面 PGE ;

(II) 若 $PB \perp AC, AB = AC = 2, BC = 2\sqrt{2}$,求二面角 $A-PC-B$ 的余弦值.



20. (本小题满分12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 ,其离心率 $e = \frac{1}{2}$,点 P 是椭圆 C 上一动点, $\triangle PF_1F_2$ 内切圆面积的最大值为 $\frac{\pi}{3}$.

(I) 求椭圆 C 的标准方程;

(II) 直线 PF_1, PF_2 与椭圆 C 分别相交于点 A, B ,求证: $\frac{|PF_1|}{|F_1A|} + \frac{|PF_2|}{|F_2B|}$ 为定值.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = e^x + \cos x - ax - 2 (a \in \mathbf{R})$.

(I) 设 $g(x) = f(x) + ax$,求 $g'(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的最小值;

(II) 若不等式 $xf(x) \geq 0$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, +\infty)$ 上恒成立,求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分10分)【选修4-4:坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{1}{2}(t + \frac{1}{t}), \\ y = t - \frac{1}{t} \end{cases} (t \text{ 为参数})$,以坐标原点

O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = 0$.

(I) 求曲线 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程;

(II) 已知点 $P(3, \sqrt{3})$,曲线 C_1 与 C_2 相交于 A, B 两个不同点,求 $||PA| - |PB||$ 的值.

23. (本小题满分10分)【选修4-5:不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |x + \frac{2}{m}| + |x - m| (m > 0)$.

(I) 当 $m = 1$ 时,求函数 $f(x)$ 的最小值;

(II) 若存在 $x \in (0, 1)$,使得不等式 $f(x) \leq 3$ 成立,求实数 m 的取值范围.

太原市2021年高三年级模拟考试(一)

数学试卷(理科)

(考试时间:下午3:00—5:00)

注意事项:

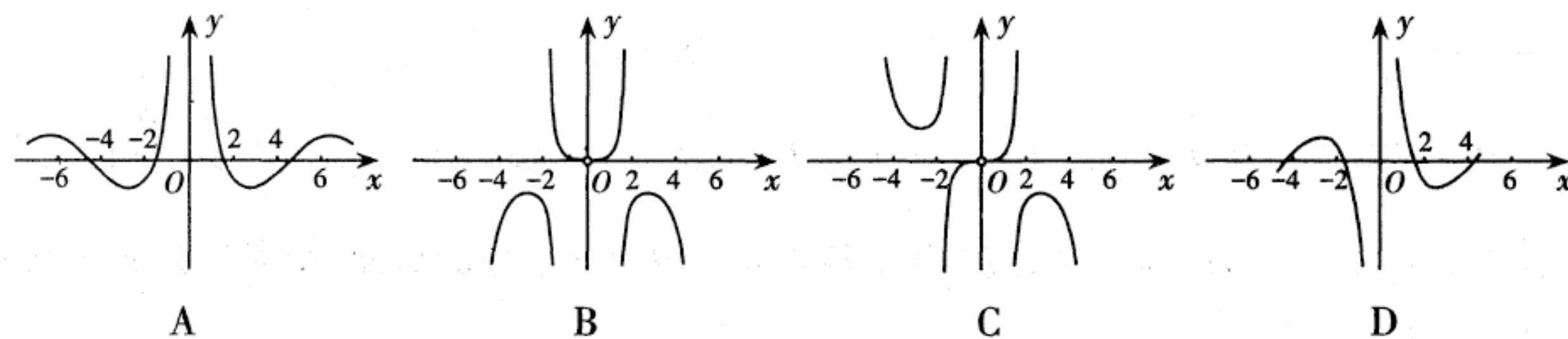
1. 本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,第I卷1至4页,第II卷5至8页。
2. 回答第I卷前,考生务必将自己的姓名、考试编号填写在答题卡上。
3. 回答第I卷时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第II卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第I卷

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \mid |x| < 1\}$, $B = \{x \mid 2^x < 1\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $(-1, 0)$
 - B. $(-\infty, 1)$
 - C. $(-1, 1)$
 - D. $(0, 1)$
2. 已知复数 z 满足 $\frac{z-i}{z+1} = i$, 则复数 $z =$
 - A. $1-i$
 - B. $1+i$
 - C. $-1-i$
 - D. $-1+i$
3. 公元前6世纪,古希腊毕达哥拉斯学派在研究正五边形和正十边形的作图时,发现了黄金分割数 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 其近似值为0.618, 这是一个伟大的发现, 这一数值也表示为 $a = 2\sin 18^\circ$, 若 $a^2 + b = 4$, 则 $\frac{a^2 b}{1 - \cos 72^\circ} =$
 - A. $\frac{1}{2}$
 - B. 2
 - C. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
 - D. 4

4. 函数 $f(x) = \frac{x \cdot \cos x}{x - \sin x}$ 的部分图象大致是



5. 在区间 $[-1, 1]$ 上任取一个实数 k , 则使得直线 $y = kx$ 与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 1$ 有公共点的概率是

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- D. $\frac{1}{2}$

6. 已知梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, 且 $AB = 2DC$, 点 P 在线段 BC 上, 若 $\overrightarrow{AP} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \lambda\overrightarrow{AD}$, 则实数 $\lambda =$

- A. $\frac{3}{4}$
- B. $\frac{2}{3}$
- C. $\frac{1}{3}$
- D. $\frac{1}{2}$

7. 已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 其前 n 项和为 S_n , 且 $\{S_n\}$ 是等差数列, 给出以下结论:

- ① $\{a_n + S_n\}$ 是等差数列; ② $\{a_n \cdot S_n\}$ 是等比数列; ③ $\{a_n^2\}$ 是等差数列; ④ $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 是等比数列,

则其中正确结论的个数为

- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1

8. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x + 3y - 13 \leq 0, \\ 3x + 2y - 11 \geq 0, \\ 2x - y - 5 \leq 0, \end{cases}$ 若不等式 $x + my + 1 \leq 0$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是

- A. $\left(0, \frac{1}{4}\right]$
- B. $\left[-4, -\frac{1}{2}\right]$
- C. $(-\infty, -\frac{1}{2}]$
- D. $(-\infty, -4]$

考试编号

姓名

班级

学校

题 答 要 不 内 线 封 弥

9. 已知 $a = 2\ln 3^\pi, b = 3\ln 2^\pi, c = 2\ln \pi^3$, 则下列结论正确的是

- A. $b < c < a$
- B. $c < b < a$
- C. $b < a < c$
- D. $a < b < c$

10. 已知三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB = BC = BD = CD = AD = 4$, 二面角 $A-BD-C$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$,

点 E 在棱 AB 上, 且 $BE = 3AE$, 过 E 作三棱锥 $A-BCD$ 外接球的截面, 则所作截面面积的最小值为

- A. $\frac{10\pi}{3}$
- B. 3π
- C. $\frac{\pi}{3}$
- D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

11. 已知过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 $F(\frac{1}{2}, 0)$ 的直线与该抛物线相交于 A, B 两点, 点 M 是

线段 AB 的中点, 以 AB 为直径的圆与 y 轴相交于 P, Q 两点, 若 $\overline{AF} = 2\overline{FB}$, 则 $\sin \angle MPQ =$

- A. $\frac{5}{9}$
- B. $\frac{3}{7}$
- C. $\frac{9}{17}$
- D. $\frac{5}{13}$

12. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的图象关于 $x = -\frac{\pi}{3}$ 对称, $f(\frac{\pi}{6}) = 0$,

$f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{3}, \frac{11\pi}{24}]$ 上单调递增, 则 ω 的所有取值的个数是

- A. 3
- B. 4
- C. 1
- D. 2

弥封线内不要答题

太原市 2021 年高三年级模拟考试 (一)

理科数学答题卡

姓名 _____

贴条形码区

准考证号

注意
事项

1. 答题前, 考生务必首先认真核准条形码上的姓名、准考证号, 然后使用 0.5 毫米的黑色笔迹签字笔将姓名、准考证号填写在相应位置, 并在答题卡背面左上角填写姓名和准考证号末两位。准考证号的每个书写框内只能填写一个阿拉伯数字。要求字体工整, 笔迹清晰。填写阿拉伯数字的样例: $\boxed{0}\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}\boxed{7}\boxed{8}\boxed{9}$
2. 答第 I 卷时, 必须使用 2B 铅笔填涂。修改时, 要用橡皮将修改处擦干净, 规范填涂样例: \blacksquare
3. 答第 II 卷时, 必须使用 0.5 毫米的黑色笔迹签字笔书写, 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用 0.5 毫米的黑色笔迹签字笔描清楚, 要求字迹工整, 笔迹清晰, 严格按题号所指示的答题区域作答, 超出答案区域书写的答案无效, 在试题、草稿纸上答题无效。
4. 保持答题卡清洁、完整, 严禁折叠, 严禁在答题卡上作任何标记, 严禁使用涂改液、胶带纸和修正带。严禁污染答题卡上的黑色方块。
5. 未按上述要求填写、答题, 影响评分质量, 后果自负。

\blacksquare 此栏禁止考生填涂 缺考标记 缺考考生由监考员贴条形码, 并用 2B 铅笔填涂左边的缺考标记。

第 I 卷 (用 2B 铅笔填涂)

- | | | |
|---|--|--|
| 1 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 6 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 11 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 2 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 7 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 12 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 3 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 8 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |
| 4 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 9 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |
| 5 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 10 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |

第 II 卷 (用 0.5 毫米的黑色笔迹签字笔书写)

二、填空题 (每小题 5 分, 共 20 分. 试题中包含两空的, 答对第一空的给 3 分, 全部答对的给 5 分.)

13. _____ 14. _____
15. _____
16. _____

三、解答题 (共 70 分)

17. (12 分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

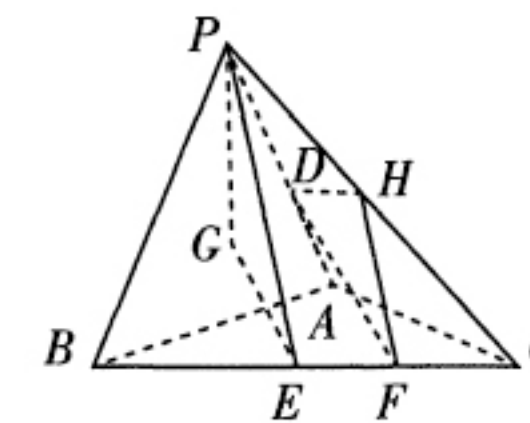
续 17 题

18. (12 分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

19. (12 分)



请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

考生
必填

姓名

准考证号
末两位

考生务必将姓名、准考证号末两位用0.5毫米的
黑色笔迹签字笔认真填写在书写框内。准考证号末
两位的每个书写框只能填写一个阿拉伯数字。

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题

(22) (23)

(请考生在第(22)、(23)两题中任选一题作答。注
意：只能做所选定的题目。如果多做，则按所做的第一题计分。
作答时请用2B铅笔将所选题号后的方框涂黑。)

选做题号 _____ (10分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效