

太原市 2021 年初中毕业班综合测试 (二)

数学试题参考答案及评分建议

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

| | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 答案 | B | C | A | C | B | B | A | D | C | D |

二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. $-4x+8$ 12. 0.95 13. (0, 3) 14. 8082 15. $4\sqrt{3}$

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 75 分)

16. (本题共 2 个小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

解: (1) 原式 = $\sqrt{3} - 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} + 1$ 3 分
 $= \sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3}$ 4 分
 $= 0.$ 5 分

(2) 解不等式 $\frac{x-4}{2} \geq x-3$, 得 $x \leq 2.$ 6 分

解不等式 $2x+5 > 2-x$, 得 $x > -1.$ 7 分

\therefore 原不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2.$ 8 分

解集在数轴上表示如下: 10 分



17. (本题 6 分)

解: (1) 点 F 的坐标是 (8, 3). 2 分

(2) \because 点 $C(8, 6)$, $CB \perp x$ 轴, $CA \perp y$ 轴, 垂足分别为点 B 和点 A ,

\therefore 点 E 的纵坐标是 6, 点 F 的横坐标是 8, $\angle CAO = \angle CBO = 90^\circ.$

$\because \angle AOB = 90^\circ$, \therefore 四边形 $OACB$ 是矩形. 3 分

\because 点 E 和点 F 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上,

\therefore 点 E 的坐标是 $(\frac{k}{6}, 6)$, 点 F 的坐标是 $(8, \frac{k}{8}).$

$\therefore CE = 8 - \frac{k}{6} = \frac{48-k}{6}$, $CF = 6 - \frac{k}{8} = \frac{48-k}{8}.$ 4 分

由 Rt△ CEF 的面积为 6, 得 $\frac{1}{2} \cdot CE \cdot CF = 6$.

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot \frac{48-k}{6} \cdot \frac{48-k}{8} = 6.$$

解, 得 $k_1 = 24, k_2 = 72$ (舍去).5 分

\therefore 反比例函数的表达式是 $y = \frac{24}{x}$6 分

18. (本题 9 分)

解: (1) 152 分

(2) 0.95 分

(3) $2000 \times \frac{50-10-1-2-4}{50} = 1320$ (人).8 分

答: 该校学生平均每天运动时间不少于 0.8 小时的约有 1320 人.9 分

19. (本题 8 分)

解: 在 △ BCD 中, $\because \angle BCD = 60^\circ, \angle BDC = 30^\circ,$
 $\therefore \angle DBC = 180^\circ - \angle BCD - \angle BDC = 90^\circ.$ 1 分

在 Rt△ BCD 中, $CD = 63, \therefore BC = \frac{1}{2} DC = \frac{63}{2}.$ 3 分

$\because AB \perp BC, \therefore \angle ABC = 90^\circ.$

在 Rt△ ABC 中, $\angle ACB = 27^\circ, \tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}.$

$\therefore \tan 27^\circ \approx 0.51, \therefore 0.51 = \frac{AB}{\frac{63}{2}}.$ 6 分

$\therefore AB = \frac{63}{2} \times 0.51 \approx 16.1.$ 7 分

答: 龙头头顶 A 离地面的高度 AB 约为 16.1 米.8 分

20. (本题 10 分)

解: (1) 设面包粉售价为 x 元/袋, 蛋糕粉售价为 y 元/袋.

根据题意, 得 $\begin{cases} 2x + 4y = 520, \\ 3x + 5y = 700. \end{cases}$ 3 分

解, 得 $\begin{cases} x = 100, \\ y = 80. \end{cases}$ 4 分

$5 \times 100 + 8 \times 80 - 912 = 228$ (元).

答: 第三次购买时, 该店比按原价购买节省的总金额为 228 元.5 分

(2) 根据题意, 得 $\frac{576}{100-a} = \frac{576}{80-2a} \times \frac{3}{4}$7分

解, 得 $a=4$8分

经检验: $a=4$ 是原方程的根.9分

此时, $100-a=100-4=96$, $80-2a=80-2 \times 4=72$.

答: 现在面包粉每袋的售价是 96 元, 蛋糕粉每袋的售价是 72 元.10分

21. (本题 8 分)

解: (1) $\because AD$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACD=90^\circ$1分

$\because CD=CD$, $\therefore \angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD=30^\circ$2分

设 $\odot O$ 的半径为 r .

在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\cos \angle CAD = \frac{AC}{AD}$. $\therefore AC = \sqrt{3}r$.

$\therefore AG=OG=AC=\sqrt{3}r$3分

$\because AO=OD$, $\therefore OG \perp AD$. $\therefore \angle GOA=90^\circ$.

在 $Rt\triangle AOG$ 中, $OG = \sqrt{AG^2 - OA^2} = \sqrt{(\sqrt{3}r)^2 - r^2} = \sqrt{2}r$.

$\therefore AM=OG=\sqrt{2}r$4分

在 $\triangle AOM$ 中, $AO^2 + OM^2 = r^2 + r^2 = 2r^2 = AM^2$.

$\therefore \triangle AOM$ 是直角三角形且 $\angle MOA=90^\circ$5分

$\therefore AM=MD=AN=DN$.

\therefore 点 A, M, D, N 是 $\odot O$ 的四等分点.6分

(2) $2\sqrt{2}, \sqrt{2}\pi$8分

22. (本题 12 分)

解: (1) $EM=CM$ 2分

(2) 如图, 延长 DE 到点 D' , 使得 $D'E=DE$, 延长 AC 到点 A' , 使得 $A'C=AC$, 分别连接 $D'A, D'B, A'B$ 和 $A'D$3分

$\because DE \perp BE$, $\therefore BE$ 为 DD' 的垂直平分线.

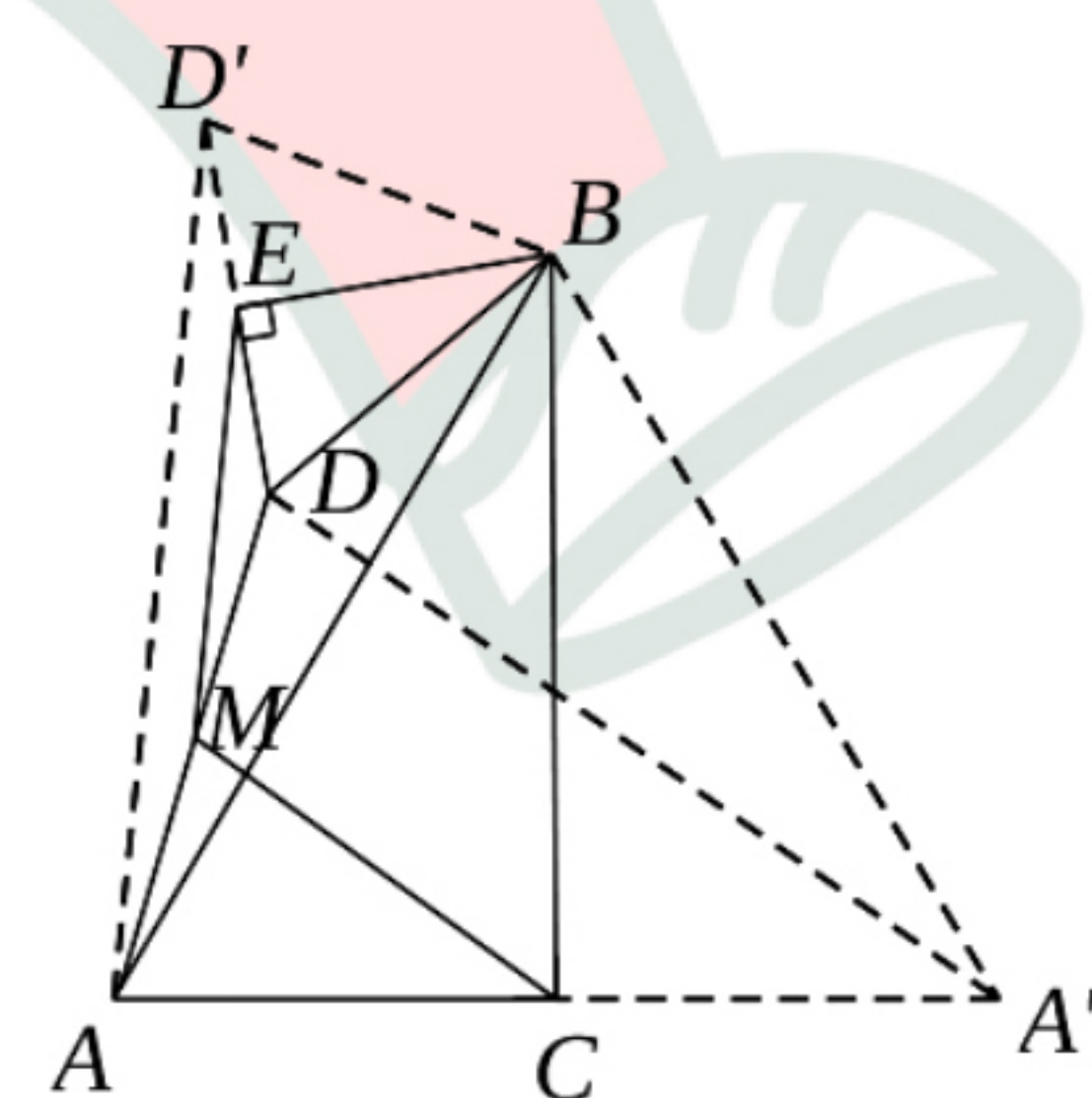
$\therefore BD'=BD$. $\therefore \angle D'BD=2\angle DBE$5分

同理可得 $BA=BA'$, $\angle ABA'=2\angle ABC$.

$\because \angle DBE=\angle ABC$, $\therefore \angle D'BD=\angle ABA'$.

$\therefore \angle D'BD+\angle ABD=\angle ABA'+\angle ABD$.

$\therefore \angle D'BA = \angle DBA'$6分



在 $\triangle D'BA$ 和 $\triangle DBA$ 中,

$$\begin{cases} BD' = BD, \\ \angle D'BA = \angle DBA', \\ BA = BA', \end{cases} \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

$$\therefore \triangle D'BA \cong \triangle DBA'. \quad \therefore D'A = DA'. \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$\therefore DE = D'E, \quad AM = DM, \quad AC = A'C,$$

$\therefore ME, MC$ 分别是 $\triangle D'DA$ 和 $\triangle ADA'$ 的中位线.

$$\therefore EM = \frac{1}{2} D'A, \quad CM = \frac{1}{2} DA'. \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

$$\therefore EM = CM. \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

$$(3) \quad 2\sqrt{13} - 2 \text{ 或 } 2\sqrt{13} + 2. \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

23. (本题 12 分)

解: (1) 把 $x=0$ 代入 $y=-3x+3$ 中, 得 $y=3$.

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标是 } (0, 3). \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

把 $y=0$ 代入 $y=-3x+3$ 中, 得 $0=-3x+3$. 解, 得 $x=1$.

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标是 } (1, 0). \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

\therefore 抛物线 $y=-\frac{3}{4}x^2+bx+c$ 经过 A, B 两点,

$$\therefore \begin{cases} 0 = -\frac{3}{4} + b + c, \\ 3 = c. \end{cases} \text{解, 得 } \begin{cases} b = -\frac{9}{4}, \\ c = 3. \end{cases} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\therefore \text{抛物线的表达式是 } y = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{4}x + 3.$$

$$\text{点 } D \text{ 的坐标是 } (5, 3). \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$(2) \text{ ①把 } y=0 \text{ 代入 } y = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{4}x + 3 \text{ 中, 得 } 0 = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{4}x + 3.$$

解, 得 $x_1 = -4, x_2 = 1$.

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标是 } (-4, 0), \quad CA = 1 - (-4) = 5.$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \times OB = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = \frac{15}{2}. \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

\therefore 将 $\triangle ABD$ 沿着 x 轴向左平移 t 个单位长度得到 $\triangle A'B'D'$,

$$\therefore AA' = t, \quad A'B' \parallel AB. \quad \therefore \angle CA'M = \angle CAB.$$

$$\therefore \angle MCA' = \angle BCA, \quad \therefore \triangle CMA' \sim \triangle CBA.$$

$$\therefore \frac{S_{CMA'}}{S_{CBA}} = \left(\frac{CA'}{CA}\right)^2. \quad \therefore \frac{S_{CMA'}}{7.5} = \left(\frac{5-t}{5}\right)^2.$$

$\therefore S_{\triangle CMA'} = \frac{3}{10}t^2 - 3t + \frac{15}{2}$6分

同理可得 $S_{\triangle A'AN} = \frac{3}{10}t^2$.

$\therefore S = \frac{15}{2} - (\frac{3}{10}t^2 - 3t + \frac{15}{2}) - \frac{3}{10}t^2 = -\frac{3}{5}t^2 + 3t$.

$\therefore S$ 与 t 的函数关系式是 $S = -\frac{3}{5}t^2 + 3t (0 \leq t \leq 5)$7分

评分说明：未标注 t 的取值范围不扣分。

② $\because MN \parallel x$ 轴, $\therefore MN \parallel A'A$.

$\because \triangle ABD$ 平移得到 $\triangle A'B'D'$, $\therefore A'B' \parallel AB$. $\therefore A'M \parallel AN$.

\therefore 四边形 $A'ANM$ 是平行四边形. $\therefore MN = A'A$8分

同理可得 $MN = A'C$.

\therefore 点 A 是 AC 的中点. $\therefore t = \frac{5}{2}$9分

把 $t = \frac{5}{2}$ 代入 $S = -\frac{3}{5}t^2 + 3t$ 中, 得 $S = -\frac{3}{5} \times (\frac{5}{2})^2 + 3 \times \frac{5}{2} = \frac{15}{4}$.

\therefore 当 $MN \parallel x$ 轴时, S 的值是 $\frac{15}{4}$10分

(3) $\sqrt{34} + \frac{3}{2}$12分

评分说明：解答题的其它解法参照上述建议评分。

