

太原市2021年高三年级模拟考试(三)

数学试卷(文科)

(考试时间:下午3:00—5:00)

注意事项:

- 本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,第I卷1至4页,第II卷5至8页。
- 回答第I卷前,考生务必将自己的姓名、考试编号填写在答题卡上。
- 回答第I卷时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
- 回答第II卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第I卷

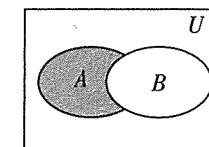
一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 z 满足 $z = \frac{-1+i}{i}$,则在复平面内与复数 z 对应的点的坐标为

- A. $(1, -1)$
B. $(1, 1)$
C. $(-1, 1)$
D. $(-1, -1)$

2. 已知全集 $U = \mathbb{R}$,集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$,则下图阴影部分表示的集合是

- A. $\{-1\}$
B. $\{0, 1\}$
C. $\{2, 3\}$
D. $\{-1, 2, 3\}$



3. 设 $m \in \mathbb{R}$,则“ $m > 1$ ”是“ $m^2 > 1$ ”的
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

4. 2020年初,新型冠状病毒(COVID-19)引起的肺炎疫情爆发以来,各地医疗机构采取了各种针对性的治疗方法,取得了不错的成效,某医疗机构开始使用中西医结合方法后,每周治愈的患者人数如下表所示:

第x周	1	2	3	4	5
治愈人数 y (单位:十人)	3	8	10	14	15

由上表可得 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + 1$,则此回归模型第5周的残差(实际值减去预报值)为

- A. -1
B. 0
C. 1
D. 2

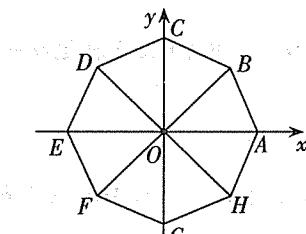
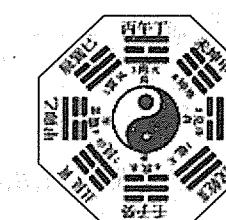
5. 已知 α, β 是两个不同的平面, m, n 是两条不同的直线,则下列正确的结论是

- A. 若 $m // n, m // \alpha, n // \beta$,则 $\alpha // \beta$
B. 若 $\alpha // \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$,则 $m // n$
C. 若 $m \perp n, m \perp \alpha$,则 $n // \alpha$
D. 若 $m \perp n, m \perp \alpha, n \perp \beta$,则 $\alpha \perp \beta$

6. 古代中国的太极八卦图是以圆内的圆心为界,画出相同的两个阴阳鱼,阳鱼的头部有阴眼,阴鱼的头部有阳眼,表示万物都在相互转化,互相渗透,阴中有阳,阳中有阴,阴阳相合,相生相克,蕴含现代哲学中的矛盾对立统一规律.图2(正八边形 $ABCDEFGH$)是由图1(八卦模型图)抽象而得到,并建立如图2的平面直角坐标系,设 $OA = 1$.则

下列错误的结论是

- A. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
B. 以射线 OF 为终边的角的集合可以表示为 $\left\{\alpha \mid \alpha = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
C. 在以点 O 为圆心, OA 为半径的圆中,弦 AB 所对的劣弧弧长为 $\frac{\pi}{4}$
D. 正八边形 $ABCDEFGH$ 的面积为 $4\sqrt{2}$

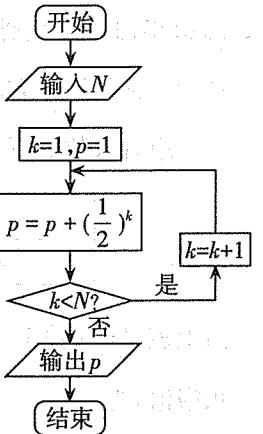


7. 已知实数 a, b 满足 $3 \times 2^a - 2^{b+1} = 0, a = c + \log_2(x^2 + 2)$,则下列正确的结论是

- A. $a > b > c$
 B. $b > a > c$
 C. $a > c > b$
 D. $c > b > a$

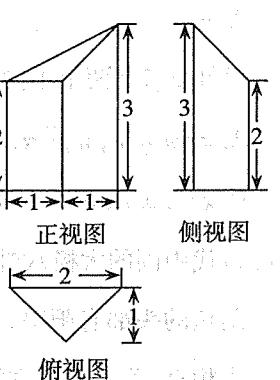
8. 执行如右图所示的程序框图,若 $N = 2021$,则输出的 $p =$

- A. $2 - \frac{1}{2^{2019}}$
 B. $2 - \frac{1}{2^{2020}}$
 C. $2 - \frac{1}{2^{2021}}$
 D. $2 - \frac{1}{2^{2022}}$



9. 已知某几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积为

- A. $\frac{7}{3}$
 B. $\frac{8}{3}$
 C. 3
 D. 2



10. 已知锐角 α, β 满足 $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$,则 $\frac{1}{\cos\alpha\cos\beta} + \frac{1}{\sin\alpha\sin\beta}$ 的最小值为

- A. 4
 B. $4\sqrt{3}$
 C. 8
 D. $8\sqrt{3}$

11. 已知三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 中,三棱锥 $A - A_1B_1C_1$ 的体积为4,三棱锥 $A_1 - ABC$ 的体积为8,

则该三棱台的体积为

- A. $12 + 3\sqrt{3}$
 B. $12 + 4\sqrt{2}$
 C. $12 + 4\sqrt{3}$
 D. $12 + 4\sqrt{7}$

12. 已知点 F 是双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的左焦点,过原点的直线 l 与该双曲线的左右两支分别相交

于点 A, B ,则 $\frac{1}{|FA|} - \frac{9}{|FB|}$ 的取值范围是

- A. $[-1, 0)$
 B. $[-\frac{4}{5}, 0)$
 C. $[-\sqrt{2}, 1)$
 D. $[-1, +\infty)$

太原市2021年高三年级模拟考试(三)

数学试卷(文科)

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作

答.第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 现采用随机模拟的方法估计某运动员射击击中目标的概率.先由计算器给出0到9之间取整数的随机数,规定0,1,2表示没有击中目标,3,4,5,6,7,8,9表示击中目标,以4个随机数为一组,代表射击4次的结果,经随机模拟产生了20组随机数:

6011 3661 9597 6947 1417 4698 0371 6233 2616 8045

7424 7610 4281 7527 0293 7140 9857 0347 4373 8636

根据以上数据估计该运动员射击4次至少击中3次目标的概率为_____.

14. 若命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + ax + 1 \geq 0$ ”是假命题,则实数a的取值范围是_____.

15. 已知实数x,y满足 $\begin{cases} 2x+y-5 \geq 0, \\ x+2y-7 \leq 0, \\ x-y-1 \leq 0, \end{cases}$,则 $\frac{y^2 - 2xy}{x^2}$ 的取值范围是_____.

16. 已知函数 $f(x) = \ln x - x$, $g(x) = e^x - x$,若存在实数m,n,使得 $f(m) - g(n) \geq -2$ 成立,则实数 $m - n =$ _____.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

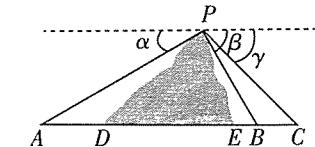
17. (本小题满分12分)

如图,A,B,C为山脚两侧共线的三点,在山顶P处测得这三点的俯角分别为 $\alpha=30^\circ$, $\beta=60^\circ$, $\gamma=45^\circ$,现计划沿直线AC开通一条穿山隧道DE,经测量 $AD=100\text{m}$, $BE=34\text{m}$, $BC=85\text{m}$.

(I)求PB的长;

(II)求隧道DE的长(精确到1m).

附: $\sqrt{2} \approx 1.414$; $\sqrt{3} \approx 1.732$.



18. (本小题满分12分)

为进一步保护环境,加强治理空气污染,某市环保监测部门对市区空气质量进行调研,随机抽查了市区100天的空气质量等级与当天空气中 SO_2 的浓度(单位: $\mu\text{g}/\text{m}^3$),整理数据得到下表:

空气质量等级	SO ₂ 的浓度		
	[0,50]	(50,150]	(150,475]
1(优)	28	6	2
2(良)	5	7	8
3(轻度污染)	3	8	9
4(中度污染)	1	12	11

若某天的空气质量等级为1或2,则称这天“空气质量好”;若某天的空气质量等级为3或4,则称这天“空气质量不好”,根据上述数据,回答以下问题.

(I)分别估计该市一天的空气质量等级为1,2,3,4的概率;

(II)完成下面的 2×2 列联表,

空气质量	SO ₂ 的浓度	
	[0,150]	(150,475]
空气质量好		
空气质量不好		

(III)根据(II)中的列联表,判断是否有99%的把握认为该市一天的空气质量与当天 SO_2 的浓度有关?

附: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$;

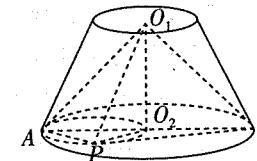
$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19.(本小题满分12分)

如图, O_1, O_2 分别是圆台上下底面的圆心, AB 是下底面圆的直径, $AB = 2O_1O_2$,点 P 是下底面内以 AO_2 为直径的圆上的一个动点(点 P 不在 AO_2 上).

(I)求证:平面 $AP O_1 \perp$ 平面 $PO_1 O_2$;

(II)若 $AB = 2$,当三棱锥 $O_1 - APO_2$ 体积最大时,求点 B 到平面 $AP O_1$ 的距离.



20.(本小题满分12分)

已知面积为16的等腰直角 $\triangle AOB$ (O 为坐标原点)内接于抛物线 $y^2 = 2px(p > 0)$,
 $OA \perp OB$,过抛物线的焦点 F 且斜率为2的直线 l 与该抛物线相交于 P, Q 两点,点 M 是 PQ 的中点.

(I)求此抛物线的方程和焦点 F 的坐标;

(II)若焦点在 y 轴上的椭圆 C 经过点 M ,其离心率 $e = \frac{1}{2}$,求椭圆 C 的标准方程.

21.(本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = alnx - \frac{1}{4}x^2 + 1 - \ln 2$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为 $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

(I)求 $f(x)$ 的单调区间;

(II)设 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)是函数 $g(x) = f(x) - m$ 的两个零点,求证: $x_2 - x_1 < \frac{3}{2} - 4m$.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22.(本小题满分10分)【选修4-4:坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + \cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta, \\ y = \sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta \end{cases}$ (θ 为参数),以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(I)求曲线 C 的极坐标方程;

(II)设点 A 的极坐标为 $(2, \frac{\pi}{3})$,点 B (异于点 O 和点 A)在曲线 C 上,求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.