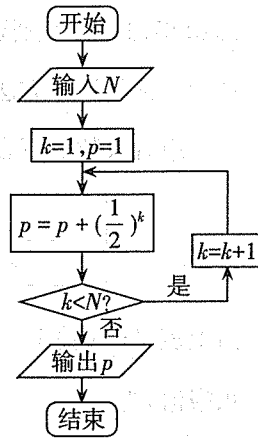


7. 已知实数 a, b 满足 $3 \times 2^a - 2^{b+1} = 0, a = c + \log_2(x^2 + 2)$, 则下列正确的结论是

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$
 C. $a > c > b$ D. $c > b > a$

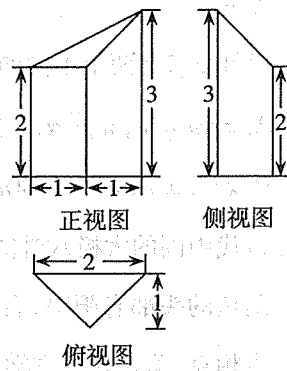
8. 执行如右图所示的程序框图, 若 $N = 2021$, 则输出的 $p =$

- A. $2 - \frac{1}{2^{2019}}$
 B. $2 - \frac{1}{2^{2020}}$
 C. $2 - \frac{1}{2^{2021}}$
 D. $2 - \frac{1}{2^{2022}}$



9. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为

- A. $\frac{7}{3}$
 B. $\frac{8}{3}$
 C. 3
 D. 2



10. 已知锐角 α, β 满足 $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$, 则 $\frac{1}{\cos\alpha\cos\beta} + \frac{1}{\sin\alpha\sin\beta}$ 的最小值为

- A. 4 B. $4\sqrt{3}$ C. 8 D. $8\sqrt{3}$

11. 已知三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 三棱锥 $A - A_1B_1C_1$ 的体积为 4, 三棱锥 $A_1 - ABC$ 的体积为 8, 则该三棱台的体积为

- A. $12 + 3\sqrt{3}$ B. $12 + 4\sqrt{2}$ C. $12 + 4\sqrt{3}$ D. $12 + 4\sqrt{7}$

12. 已知点 F 是双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的左焦点, 过原点的直线 l 与该双曲线的左右两支分别相交于点 A, B , 则 $\frac{1}{|FA|} - \frac{9}{|FB|}$ 的取值范围是

- A. $[-1, 0)$ B. $[-\frac{4}{5}, 0)$ C. $[-\sqrt{2}, 1)$ D. $[-1, +\infty)$

太原市2021年高三年级模拟考试(三)

数学试卷(文科)

第II卷(非选择题 共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 现采用随机模拟的方法估计某运动员射击击中目标的概率.先由计算器给出0到9之间取整数的随机数,规定0,1,2表示没有击中目标,3,4,5,6,7,8,9表示击中目标,以4个随机数为一组,代表射击4次的结果,经随机模拟产生了20组随机数:

6011 3661 9597 6947 1417 4698 0371 6233 2616 8045
7424 7610 4281 7527 0293 7140 9857 0347 4373 8636

根据以上数据估计该运动员射击4次至少击中3次目标的概率为_____.

14. 若命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + ax + 1 \geq 0$ ”是假命题,则实数 a 的取值范围是_____.

15. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} 2x + y - 5 \geq 0, \\ x + 2y - 7 \leq 0, \\ x - y - 1 \leq 0, \end{cases}$ 则 $\frac{y^2 - 2xy}{x^2}$ 的取值范围是_____.

16. 已知函数 $f(x) = \ln x - x, g(x) = e^x - x$,若存在实数 m, n ,使得 $f(m) - g(n) \geq -2$ 成立,则实数 $m - n =$ _____.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

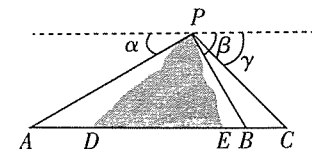
(一)必考题:共60分.

17. (本小题满分12分)

如图, A, B, C 为山脚两侧共线的三点,在山顶 P 处测得这三点的俯角分别为 $\alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ, \gamma = 45^\circ$,现计划沿直线 AC 开通一条穿山隧道 DE ,经测量 $AD = 100\text{m}, BE = 34\text{m}, BC = 85\text{m}$.

- (I)求 PB 的长;
(II)求隧道 DE 的长(精确到1m).

附: $\sqrt{2} \approx 1.414; \sqrt{3} \approx 1.732$.



18. (本小题满分12分)

为进一步保护环境,加强治理空气污染,某市环保监测部门对市区空气质量进行调研,随机抽查了市区100天的空气质量等级与当天空气中 SO_2 的浓度(单位: $\mu\text{g}/\text{m}^3$),整理数据得到下表:

SO_2 的浓度 \n 空气质量等级	[0,50]	(50,150]	(150,475]
1(优)	28	6	2
2(良)	5	7	8
3(轻度污染)	3	8	9
4(中度污染)	1	12	11

若某天的空气质量等级为1或2,则称这天“空气质量好”;若某天的空气质量等级为3或4,则称这天“空气质量不好”,根据上述数据,回答以下问题.

- (I)分别估计该市一天的空气质量等级为1,2,3,4的概率;
(II)完成下面的 2×2 列联表,

SO_2 的浓度 \n 空气质量	[0,150]	(150,475]
空气质量好		
空气质量不好		

(III)根据(II)中的列联表,判断是否有99%的把握认为该市一天的空气质量与当天 SO_2 的浓度有关?

附: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$;

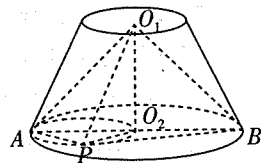
$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19. (本小题满分12分)

如图, O_1, O_2 分别是圆台上下底面的圆心, AB 是下底面圆的直径, $AB = 2O_1O_2$, 点 P 是下底面内以 AO_2 为直径的圆上的一个动点(点 P 不在 AO_2 上).

(I) 求证: 平面 $AP O_1 \perp$ 平面 $PO_1 O_2$;

(II) 若 $AB = 2$, 当三棱锥 $O_1 - AP O_2$ 体积最大时, 求点 B 到平面 $AP O_1$ 的距离.



20. (本小题满分12分)

已知面积为16的等腰直角 $\triangle AOB$ (O 为坐标原点) 内接于抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$), $OA \perp OB$, 过抛物线的焦点 F 且斜率为2的直线 l 与该抛物线相交于 P, Q 两点, 点 M 是 PQ 的中点.

(I) 求此抛物线的方程和焦点 F 的坐标;

(II) 若焦点在 y 轴上的椭圆 C 经过点 M , 其离心率 $e = \frac{1}{2}$, 求椭圆 C 的标准方程.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = a \ln x - \frac{1}{4}x^2 + 1 - \ln 2$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为 $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 设 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) 是函数 $g(x) = f(x) - m$ 的两个零点, 求证: $x_2 - x_1 < \frac{3}{2} - 4m$.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分10分)【选修4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + \cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta \\ y = \sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 以

坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(I) 求曲线 C 的极坐标方程;

(II) 设点 A 的极坐标为 $(2, \frac{\pi}{3})$, 点 B (异于点 O 和点 A) 在曲线 C 上, 求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

23. (本小题满分10分)【选修4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |2x + 1| - |mx - 1|$ ($m > 0$).

(I) 当 $m = 2$ 时, 解不等式 $f(x) < 2$;

(II) 若 $f(x)$ 有最小值, 且关于 x 的方程 $f(x) = -x^2 - x - \frac{7}{4}$ 有两个不相等的实数根, 求实数 m 的取值范围.