太原市 2021 年高三年级模拟考试（三）

数学试卷（文科）

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知复数 z 满足 $z=\dfrac{-1+i}{i}$ ，则在复平面内与复数 z 对应的点的坐标为

A. $(1,-1)$　　B. $(1,1)$

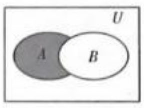
C. $(-1,1)$　　D. $(-1,-1)$

【答案】B

【解析】 $z=\dfrac{-1+i}{i}=1+i$ ，所以对应复平面内点坐标是 $(1,1)$

【考点】复数与复平面

2.已知全集 $U=R$,集合 $A=\{0,1,2,3\}$ ， $B=\{-1,0,1\}$ ，则下图阴影部分表示的集合是



A. $\{-1\}$　　B. $\{0,1\}$　　C. $\{2,3\}$　　D. $\{-1,2,3\}$

【答案】C

【解析】阴影部分表示 $A\cap C_U B$ ，所以， $A\cap C_U B=\{2,3\}$ ，故选 C

【考点】集合的运算

3.设 $m\in R$ ，则 "$m>1$"是 "$m^2>1$"

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充要条件

D.既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】"$m>1$"可以推出"$m^2>1$"；但是"$m^2>1$"可以推出"$m>1$"或$m<-1$，故选 A

【考点】逻辑命题

4.2020年初，新型冠状病毒（COVID-19）引起的肺炎疫情爆发以来，各地医疗机构采取了各种针对性的治疗方法，取得了不错的成效，某医疗机构开始使用中西医结合方法后，每周治愈的患者人数如下表所示：

第x周	1	2	3	4	5
治愈人数y(单位:十人)	3	8	10	14	15

由上表可得y关于x的线性回归方程为$\hat{y}=\hat{b}x+1$，则此回归模型第5周的残差（实际值减去预报值）为

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

【答案】A

【解析】因为样本中心过线性回归方程，且$\bar{x}=3,\bar{y}=10$，带入样本中心$(3,10)$，可以求得$\hat{b}=3$，当$x=5$时，求得预报值$\hat{y}=16$，所以残差为-1，故选 A

【考点】线性回归方程

5.已知α,β是两个不同的平面，m,n是两条不同的直线，则下列正确的结论是

A.若$m//n, m//\alpha, n//\beta$，则$\alpha//\beta$

B.若$\alpha//\beta, m\subset\alpha, n\subset\beta$，则$m//n$

C.若$m\perp n, m\perp\alpha$，则$n//\alpha$

D.若$m\perp n, m\perp\alpha, n\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$

【答案】D

【解析】A.α,β可以垂直，可以平行；B. 两平行面内的直线不一定平行；C.n可能在α内；所以 D 对

【考点】线面关系

6．古代中国的太极八卦图是以圆内的圆心为界，画出相同的两个阴阳鱼，阳鱼的头部有阴眼，阴鱼的头部有阳眼，表示万物都在相互转化，互相渗透，阴中有阳，阳中有阴，阴阳相合，相生相克，蕴含现代哲学中的矛盾对立统一规律，图 2（正八边形 $ABCDEFGH$ ）是由图 1（八卦模型图）抽象而得到并建立如图 2 的平面直角坐标系，设 $OA=1$，则下列错误的结论是

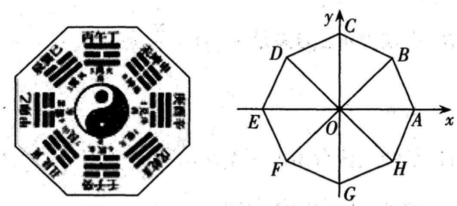


图1　　图2

A. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

B.以射线 OF 为终边的角的集合可以表示为 $\left\{\alpha|\alpha=\dfrac{5\pi}{4}+2k\pi,k\in Z\right\}$

C.在以点 O 为圆心，OA 为半径的圆中，弦 AB 所对的劣弧弧长为 $\dfrac{\pi}{4}$

D.正八边形 $ABCDEFGH$ 的面积为 $4\sqrt{2}$

【答案】D

【解析】A. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}=\left|\overrightarrow{OA}\right|\left|\overrightarrow{OD}\right|\cos\dfrac{3\pi}{4}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，B 和 C 对，D. $S=8\times\dfrac{1}{2}\times1\times1\times\sin\dfrac{\pi}{4}=2\sqrt{2}$

【考点】平面向量，三角函数和解三角形

7.已知 a,b 实数满足 $3\times2^{a}-2^{b+1}=0,a=c+\log_2\left(x^2+2\right)$，则下列正确的结论是

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $a>c>b$　　D. $c>b>a$

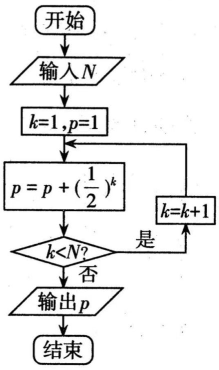
【答案】B

【解析】$\because3\times2^{a}-2^{b+1}=0,\therefore3\times2^{a}=2\times2^{b},2^{a-b}=\dfrac{2}{3}<1=2^{0},\therefore \mathrm{a}<\mathrm{b}$；

$a=c+\log_2\left(x^2+2\right)\geq c+1,\therefore a>c$ ；$\therefore b>a>c$

【考点】指对函数

8.执行如右图所示的程序框图，若 $N=2021$，则输出的 $P=$

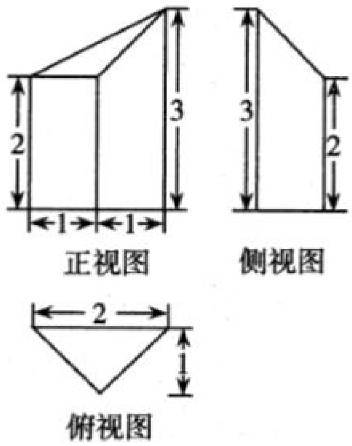


A. $2-\frac{1}{2^{2019}}$　　B. $2-\frac{1}{2^{2020}}$　　C. $2-\frac{1}{2^{2021}}$　　D. $2-\frac{1}{2^{2022}}$

【答案】C

【考点】程序框图

9. 已知某几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积为



A. $\frac{7}{3}$　　B. $\frac{8}{3}$　　C. 3　　D. 2

【答案】A

【解析】由三视图分析可得,图形由高为 2 的三棱柱加三棱锥产生,三棱锥的体积为 $1\times1\times1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$,所以选 A

【考点】三视图的还原问题

10. 已知锐角 α,β 满足 $\alpha-\beta=\frac{\pi}{3}$,则 $\frac{1}{\cos\alpha\cos\beta}+\frac{1}{\sin\alpha\sin\beta}$ 的最小值为

A. 4　　B. $4\sqrt{3}$　　C. 8　　D. $8\sqrt{3}$

【答案】C

【解析】$\because \alpha\text{-}\beta=\frac{\pi}{3}, \therefore \cos(\alpha+\beta)=\cos(\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$

令 $x=\cos\alpha\cos\beta$ ， $y=\sin\alpha\sin\beta$

$$\frac{1}{\cos\alpha\cos\beta}+\frac{1}{\sin\alpha\sin\beta}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=2\left(1+1+\frac{y}{x}+\frac{x}{y}\right)\geq 8$$

【考点】三角函数和不等式

11. 已知三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,三棱锥 $A-A_1B_1C_1$ 的体积为 4，三棱锥 A_1-ABC 的体积为 8 ,则该三棱台的体积为

A. $12+3\sqrt{3}$　　B. $12+4\sqrt{2}$　　C. $12+4\sqrt{3}$　　D. $12+4\sqrt{7}$

【答案】B

【解析】由题得小三棱锥 $V_1=\frac{1}{3}\cdot h\cdot S_1=4$ ，大三棱锥 $V_2=\frac{1}{3}\cdot h\cdot S_2=8$ ，所以 $\frac{1}{3}\cdot h\cdot\sqrt{S_1S_2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ ，从而推出 $\frac{1}{3}\cdot h\cdot\left(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2}\right)=12+4\sqrt{2}$

【考点】立体几何体积转化问题

12. 已知点 F 是双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 的左焦点,过原点的直线 l 与该双曲线的左右两支分别相交于点 A,B ,则 $\frac{1}{|FA|}-\frac{9}{|FB|}$ 的取值范围是

A. $[-1,0)$　　B. $\left[-\frac{4}{5},0\right)$　　C. $[-\sqrt{2},1)$　　D. $[-1,+\infty)$

【答案】A

【解析】双曲线 $C:\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 的 $a=2$， $b=\sqrt{5},c=3$

设 $|AF|=m,|FB|=n,F'$ 为双曲线的右焦点，连接 BF',AF',由对称性可得四边形 $AFBF'$ 为平行四边形，可得 $|BF'|=|AF|=m$，可得 $n-m=2a=4,n=m+4$

且 $m\geqslant c-a=1$，

则 $\frac{1}{|FA|}-\frac{9}{|FB|}=\frac{1}{m}-\frac{9}{4+m}$，

设 $f(m)=\frac{1}{m}-\frac{9}{4+m},m\geqslant 1$

$f'(m)=-\frac{1}{m^2}+\frac{9}{(4+m)^2}=\frac{8(m-2)(m+1)}{m^2(4+m)^2}$

当 $m>2$ 时，$f'(m)>0, f(m)$ 递增，

$1\leqslant m<2$ 时，$f'(m)<0, f(m)$ 递减，

可得 $f(m)$ 在 $m=2$ 处取得极小值，且为最小 $f(2)=\frac{1}{2}-\frac{9}{4+2}=-1$

当 $m\to+\infty$，$f(m)\approx 0$，所以选 A

【考点】圆锥曲线的计算问题

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.现采用随机模拟的方法估计某运动员射击击中目标的概率，先由计算器给出 0 到 9 之间取整数的随机数，规定 0，1，2 表示没有击中目标，3，4，5，6，7，8，9 表示击中目标，以 4 个随机数为一组，代表射击 4 次的结果，经随机模拟产生了 20 组随机数：

6011　3661　9597　6947　1417　4698　0371　6233　2616　8045

7424　7610　4281　7527　0293　7140　9857　0347　4373　8636

根据以上数据估计该运动员射击 4 次至少击中 3 次目标的概率为_____.

【答案】$\frac{3}{5}$

【解析】击中 3 次的有 3661、6233、8045、7424、7527、0347、

击中 4 次的有 9597、6947、4698、9857、4373、8636

所以该运动员射击 4 次至少击中 3 次目标的概率为 $\frac{3}{5}$

【考点】古典概型

14.若命题"$\forall x\in R, x^2+ax+1\geq 0$"是假命题，则实数 a 的取值范围是_____.

【答案】 $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

【解析】 若命题"$\forall x\in R, x^2+ax+1\geq 0$"是假命题，则 $\exists x_0\in \mathrm{R}, {x_0}^2+ax_0+1<0$，即 $\Delta=a^2-4>0$

解得 $a>2$ 或 $a<-2$

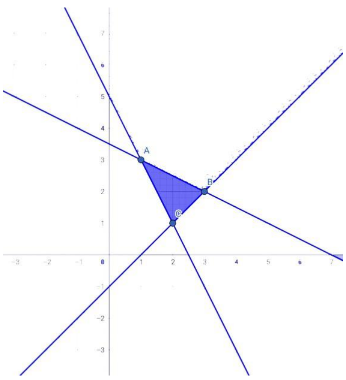
【考点】命题真假关系，二次不等式

15.已知实数 x,y 满足 $\begin{cases}2x+y-5\ge 0\\x+2y-7\le 0\\x-y-1\le 0\end{cases}$ ，则 $\dfrac{y^2-2xy}{x^2}$ 的取值范围是_____.

【答案】 $[-1,3]$

【解析】 $\dfrac{y^2-2xy}{x^2}=\dfrac{y^2}{x^2}-2\dfrac{y}{x}=k^2-2k$ ，需先求出可行域内的点与原点所成直线的斜率范围

画出可行域范围



易求出 $A(1,3),C(2,1)$ ，所以 $\dfrac{y}{x}$ 的取值范围为 $\left[\dfrac{1}{2},3\right]$，即 k 的范围为 $\left[\dfrac{1}{2},3\right]$

设 $g(k)=k^2-2k$ ，$k\in\left[\dfrac{1}{2},3\right]$ ，对称轴为 $k=1$ ，所以 $g(k)$ 的值域范围为 $[-1,3]$

【考点】线性规划问题，二次函数值域范围

16.已知函数 $f(x)=\ln x-x$ ，$g(x)=e^x-x$ ，若存在实数 m,n ，使得 $f(m)-g(n)\ge -2$ 成立，则实数 $m-n=$_____.

【答案】 1

【解析】 $f'(x)=\dfrac{1}{x}-1$ ，当 $x\in(0,1)$ 时， $f'(x)>0$ ， $f(x)$ 单调递增；

当 $x\in(1,+\infty)$ 时， $f'(x)<0$ ， $f(x)$ 单调递减，

$\therefore f(x)_{\max}=f(1)=-1$

$g'(x)=e^x-1$ ，当 $x\in(-\infty,0)$ 时， $g'(x)<0$ ， $g(x)$ 单调递减；

当 $x\in(0,+\infty)$ 时， $g'(x)>0$ ， $g(x)$ 单调递增

$\therefore g(x)_{\min}=g(0)=1$

若存在实数 m,n ，使得 $f(m)-g(n)\geq -2$ 成立，

则 $f(m)_{\max}-g(n)_{\min}\geq -2$ 恒成立，且 $f(1)-g(0)=-1-1=-2$ ，即 $m-n=1-0=1$

【考点】导数相关计算

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

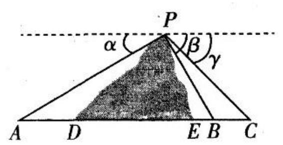
（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

如图，A，B，C，为山脚两侧共线的三点，在山顶 P 处测得这三点的俯角分别为 $\alpha=30°$，$\beta=60°$，$\gamma=45°$，现计划沿直线 AC 开通一条穿山隧道 DE，经测量 $AD=100m$，$BE=34m$，$BC=85m$.

(Ⅰ)求 PB 的长；

(Ⅱ)求隧道 DE 的长（精确到 $1m$）.



附：$\sqrt{2}\approx 1.414$；$\sqrt{3}\approx 1.732$.

【答案】(Ⅰ) $PB=85\left(\sqrt{3}+1\right)m$

(Ⅱ) $DE\approx 330m$

【解析】(Ⅰ)由题意得 $\angle BPC=\beta-\gamma$

由正弦定理得

$$\frac{BC}{\sin(\beta-\gamma)}=\frac{PB}{\sin\gamma}$$

其中 $\sin(\beta-\gamma)=\sin(60°-45°)=\sin 60°\cos 45°-\cos 60°\sin 45°=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$BC=85m$，$\gamma=45°$

则 $PB=85\left(\sqrt{3}+1\right)m$

(II) $\angle APB=\pi-\left(\alpha+\beta\right)=90^\circ$,且 $\angle A=30^\circ$

则 $AB=2PB=170\left(\sqrt{3}+1\right)m$

$DE=AB-AD-BE=170\left(\sqrt{3}+1\right)-100-34\approx 330m$

【考点】本题考查正弦定理，三角函数变换

18. （本小题 12 分 ）

为进一步保护环境，加强治理空气污染，某市环保检测部门对市区空气质量进行调研。随机抽查了市区 100 天的空气质量等级与当天空气中 SO_2 的浓度（单位 ug/m^3 ），整理数据得到下表：

	$[0,50]$	$(50,150]$	$(150,475]$
1(优)	28	6	2
2（ 良 ）	5	7	8
3(轻度污染 ）	3	8	9
4(中度污染 ）	1	12	11

若某天空气质量等级为 1 或 2，称这天 “空气质量好”；若某天空气质量等级为 3 或 4，称这天 “空气质量不好”，根据以上数据回答下列问题.

(1)分别估计该市一天的空气质量等级为 1,2,3,4 的概率；

(2)完成下列 2×2 列联表，

	$[0,150]$	$(150,475]$
空气质量好		
空气质量不好		

（3）根据(2)中的列联表，判断能否有 99%的把握认为该市一天的空气质量与当天 SO_2 的浓度有关？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

【答案】(1)该市一天的空气质量等级为 1,2,3,4 的概率分别为 $\frac{9}{25},\frac{1}{5},\frac{1}{5},\frac{6}{25}$；

(2)

	$[0,150]$	$(150,475]$
空气质量好	46	10
空气质量不好	24	20

(3)有 99%的把握认为该市一天的空气质量与当天 SO_2 的浓度有关

【解析】(1)设该市一天的空气质量等级为 1,2,3,4 分别为事件 A、B、C、D，则

$$P(A)=\frac{28+6+2}{100}=\frac{9}{25},P(B)=\frac{5+7+8}{100}=\frac{1}{5},P(C)=\frac{3+8+9}{100}=\frac{1}{5},P(D)=\frac{1+12+11}{100}=\frac{6}{25}$$

(2)由题可得，天数分布。

(3)由题可得 $K^2=\dfrac{100\times(46\times20-24\times10)^2}{56\times44\times70\times30}\approx8.936$.

由于 $8.936>6.635$，

故有 99%的把握认为该市一天的空气质量与当天 SO_2 的浓度有关.

【考点】独立性检验

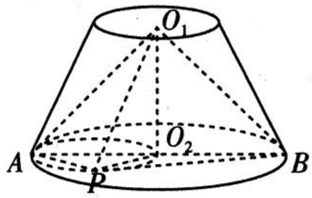
19.（本小题满分 12 分）

如图，O_1,O_2分别是圆台上下底面圆的直径，$AB=2O_1O_2$，点 P 是下底面内以 AO_2 为直径的圆上

的一个动点(点 P 不在 AO_2 上)。

（1） 求证:平面 $APO_1 \perp$ 平面 PO_1O_2

（2） 若 AB=2，当三棱锥 O_1-APO_2 体积最大时，求点 B 到平面 APO_1 的距离。



【答案】(1)略　(2) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【解析】证明: $\because O_1O_2 \perp$ 圆 O_2，$\therefore O_1O_2 \perp AP$，$\because$ P为以 AB 为直径的圆上一动点

$\therefore AP \perp O_2P$，$\therefore AP \perp$平面 PO_1O_2，$\because AP \subset$平面 APO_1

$\therefore$平面 $APO_1 \perp$平面 PO_1O_2

当三棱锥 O_1-APO_2 体积最大时，ΔAPO_2 面积最大为等腰直角三角形

$\because AB = 2 = 2O_1O_2$，$\therefore O_1O_2 = AO_2 = 1$，$\therefore AP = PO_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$，

在 $Rt\Delta PO_1O_2$ 中，$O_1P^2 = O_1O_2^{\ 2} + O_2P^2$，$\therefore O_1P = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

在 $Rt\Delta AO_1O_2$ 中，$O_1A^2 = O_1O_2^{\ 2} + O_2A^2$，$\therefore O_1A = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

$\because AP^2 + O_1P^2 = AO_1^{\ 2}$，$\therefore \angle APO_1 = 90°$，

$\therefore S_{\Delta APO_1} = \frac{1}{2} \times AP \times PO_1 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\therefore S_{\Delta APB} = \frac{1}{2} \times AB \times r = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\because V_{B-APO_1} = V_{O_1\text{-APB}}$，$\therefore \frac{1}{3} \times S_{\Delta APO_1} \times d = \frac{1}{3} \times S_{\Delta APB} \times O_1O_2$，$\therefore d = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

【考点】(1)面面垂直判定定理　(2)等体积法求点面距

20.(本小题满分 12 分)已知面积为 16 的等腰直角 ΔAOB（O 为坐标原点）内接于抛物线 $y^2 = 2px(p>0)$，$OA \perp OB$，过抛物线的焦点 F 且斜率为 2 的直线 l 与该抛物线相交于 P,Q 两点，点

M是PQ的中点。

（1）求此抛物线的方程和焦点F的坐标；

（2）若焦点在y轴上的椭圆C经过点M，其离心率$e=\frac{1}{2}$，求椭圆C的标准方程。

【答案】（1）$y^2=4x,F(1,0)$

（2）$\frac{y^2}{4^2}+\frac{x^2}{3^2}=1$

【解析】（1）由题意可知点A与B分别在直线$y=x$和$y=-x$上，不妨设$A(m,m)(m>0)$，则$S_{\Delta AOB}=m^2=16,\therefore m=4,\therefore A(4,4)$，因为点$A$在抛物线$y^2=2px$上，$\therefore p=2$，此抛物线的方程为$y^2=4x,F(1,0)$；

（2）由(1)得$F(1,0)$，直线l的方程为$x=\frac{1}{2}y+1$，设$P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2),M(x_0,y_0)$，由$\begin{cases}x=\frac{1}{2}y+1\\ y^2=4x\end{cases}$得$y^2-2y-4=0,\therefore y_1+y_2=2,\therefore y_0=1,x_0=\frac{3}{2},\therefore M\left(\frac{3}{2},1\right)$，由题意可设椭圆$C$的标准方程为$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$，由$\begin{cases}e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}\\ \frac{1}{a^2}+\frac{9}{4b^2}=1\end{cases}$，得$\begin{cases}a^2=4\\ b^2=3\end{cases}$，所以椭圆C的标准方程为$\frac{y^2}{4^2}+\frac{x^2}{3^2}=1$。

【考点】圆锥曲线标准方程求法

21.（本小题12分）

已知函数$f(x)=a\ln x-\frac{1}{4}x^2+1-\ln 2$在点$(2,f(2))$处的切线方程为$y=-\frac{1}{2}x+1$.

（1）求$f(x)$的单调区间

（2）设$x_1,x_2(x_1<x_2)$是函数$g(x)=f(x)-m$的两个零点，求证：$x_1-x_2<\frac{3}{2}-4m$

【解析】（1）已知$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$

$f'(x)=\frac{a}{x}-\frac{1}{2}x=\frac{2a-x^2}{2x}$，由题意可得，$f'(2)=\frac{a}{2}-1=-\frac{1}{2}$，所以$a=1$.

所以$f'(x)=\frac{2-x^2}{2x}$，令$f'(x)>0$，得$0<x<\sqrt{2}$；令$f'(x)<0$，得$x>\sqrt{2}$；

所以$f(x)$在$(0,\sqrt{2})$单调递增，在$[\sqrt{2},+\infty)$上单调递减.

（2）由（1）得 $f(x)$ 在 $(0,\sqrt{2})$ 单调递增，在 $[\sqrt{2},+\infty)$ 上单调递减.

由题意得 $f(x_1)=f(x_2)=m$ ，且 $0<x_1<\sqrt{2}<x_2$ ，

所以 $x_2-x_1-\frac{3}{2}+4m=x_2-x_1-\frac{3}{2}+2(f(x_1)+f(x_2))$

$=2\ln x_2+x_2-\frac{1}{2}x_2^{\ 2}+2\ln x_1-x_1-\frac{1}{2}x_1^{\ 2}+\frac{5}{2}-4\ln 2$ ，

令 $t_1(x)=2\ln x+x-\frac{1}{2}x^2,x>\sqrt{2}$ ，则 $t_1'(x)=\frac{2}{x}+1-x=\frac{(x+1)(x-2)}{-x}$ ，

令 $t_1'(x)>0$ ，得 $\sqrt{2}<x<2$ ；令 $t_1'(x)<0$ ，得 $x>2$ ，

所以 $t_1(x)$ 在 $(\sqrt{2},2)$ 上单调递增，在 $[2,+\infty)$ 上单调递减，所以 $t_1(x)\le t_1(2)=2\ln 2$

令 $t_2(x)=2\ln x-x-\frac{1}{2}x^2,0<x<\sqrt{2}$ ，则 $t_2'(x)=\frac{(x+2)(x-1)}{-x}$ ，

令 $t_2'(x)>0$ ，得 $0<x<1$ ；令 $t_2'(x)<0$ ，得 $1<x<\sqrt{2}$

所以 $t_2(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $[1,\sqrt{2})$ 上单调递减，所以 $t_2(x)\le t_2(1)=-\frac{3}{2}$

所以 $x_2-x_1-\frac{3}{2}+4m\le t_1(2)+t_2(1)+\frac{5}{2}-4\ln 2=1-2\ln 2<0$

所以 $x_2-x_1<\frac{3}{2}-4m$

[考点]导数的综合应用

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22.(本小题满分 10 分)【选修 4−4:坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta \\ y=\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta \end{cases}$ （θ为参数),以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求曲线 C 极坐标方程;

(2)设点 A 的坐标 $\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$,点 B（异于点 o 和点 A）在曲线 C 上，求 ΔOAB 面积最大值

【答案】(1) C 的普通方程为 $\rho=4\cos\theta$ ，

(2) $2+\sqrt{3}$

【解析】(1)由 $\begin{cases} x=2+\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta \\ y=\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta \end{cases}$ 可得：$(x-2)^2+y^2=4$，则曲线 C 极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$

(2)设 B 为 $(P,\alpha),\alpha\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$，由题意得 $|OA|=2$,

$\rho=4\cos\theta$，$S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}|OA|P\sin\angle AOB=4\cos\alpha\left|\sin(\alpha-\frac{\pi}{3})\right|=2\left|\sin(2\alpha-\frac{\pi}{3})-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|\le 2+\sqrt{3}$

【考点】参数方程与普通方程的互化，直角坐标方程与极坐标方程的互化，化归与转化思想

23.(本小题满分 10 分)【选修 4-5：不等式选讲】

已知函数 $f(x)=|2x+1|-|mx-1|(m>0)$.

(Ⅰ)当 $m=2$ 时，解不等式 $f(x)<2$；

(Ⅱ)若 $f(x)$ 有最小值，且关于 x 的方程 $f(x)=-x^2-x-\frac{7}{4}$ 有两个不相等的实数根，求实数 m 的取值范围.

[答案] (Ⅰ) $x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$；(Ⅱ) $m\in(1,2]$

[解析](Ⅰ)当 $m=2$ 时，$f(x)=|2x+1|-|2x-1|$

$f(x)=\begin{cases} -2, x<-\frac{1}{2} \\ 4x, -\frac{1}{2}\le x<\frac{1}{2} \\ 2, \frac{1}{2}\le x \end{cases}$，所以若 $f(x)<2$，则 $x<\frac{1}{2}$；

(Ⅱ) $f(x)=|2x+1|-|mx-1|=\begin{cases} (m-2)x-2, x<-\frac{1}{2} \\ (2+m)x, -\frac{1}{2}\le x<\frac{1}{m} \\ (2-m)x+2, \frac{1}{m}\le x \end{cases}$

若 $f(x)$ 有最小值，则 $0<m\le 2$

又若关于 x 的方程 $f(x)=-x^2-x-\frac{7}{4}$ 有两个不相等的实数根，则 $f(x)$ 与 $-x^2-x-\frac{7}{4}$ 有两个交点

设 $g(x)=-x^2-x-\frac{7}{4}$，对称轴为 $x=-\frac{1}{2}$，$g\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{2}$

而 $f(x)$ 的最小值为 $(2+m)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$，所以只需 $(2+m)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)<-\frac{3}{2}$，解得 $m>1$

综上，$m\in(1,2]$

[考点]绝对值不等式