学校________ 班级________ 姓名________ 考试编号________

弥封线内不要答题

太原市2021年高三年级模拟考试(三)

数 学 试 卷(理科)

(考试时间:下午3:00—5:00)

注意事项:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,第Ⅰ卷1至4页,第Ⅱ卷5至8页。
2. 回答第Ⅰ卷前,考生务必将自己的姓名、考试编号填写在答题卡上。
3. 回答第Ⅰ卷时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第Ⅱ卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数z满足$i\cdot z=-1+i$,则在复平面内与复数z对应的点的坐标为

A. $(1,-1)$　　B. $(1,1)$

C. $(-1,1)$　　D. $(-1,-1)$

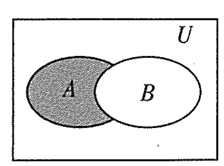
2. 已知全集$U=\mathbf{R}$,集合$A=\{x|x(x-2)<0\}$,$B=\{x||x|\leqslant 1\}$,则下图阴影部分表示的集合是

A. $[-1,0)$

B. $[-1,0)\cup[1,2)$

C. $(1,2)$

D. $(0,1)$



3. 2020年初,新型冠状病毒(COVID-19)引起的肺炎疫情爆发以来,各地医疗机构采取了各种针对性的治疗方法,取得了不错的成效,某医疗机构开始使用中西医结合方法后,每周治愈的患者人数如下表所示:

第x周	1	2	3	4	5
治愈人数y(单位:十人)	3	8	10	14	15

由上表可得y关于x的线性回归方程为$\hat{y}=\hat{b}x+1$,则此回归模型第5周的残差(实际值减去预报值)为

A. -1　　B. 0

C. 1　　D. 2

4. 已知α,β是两个不同的平面,m,n是两条不同的直线,则下列正确的结论是

A. 若$m\parallel n$,$m\parallel\alpha$,$n\parallel\beta$,则$\alpha\parallel\beta$　　B. 若$\alpha\parallel\beta$,$m\subset\alpha$,$n\subset\beta$,则$m\parallel n$

C. 若$m\perp n$,$m\perp\alpha$,$n\parallel\beta$,则$\alpha\perp\beta$　　D. 若$m\perp n$,$m\perp\alpha$,$n\perp\beta$,则$\alpha\perp\beta$

5. 古代中国的太极八卦图是以圆内的圆心为界,画出相同的两个阴阳鱼,阳鱼的头部有阴眼,阴鱼的头部有阳眼,表示万物都在相互转化,互相渗透,阴中有阳,阳中有阴,阴阳相合,相生相克,蕴含现代哲学中的矛盾对立统一规律.图2(正八边形$ABCDEFGH$)是由图1(八卦模型图)抽象而得到,并建立如图2的平面直角坐标系,设$OA=1$.则下列错误的结论是

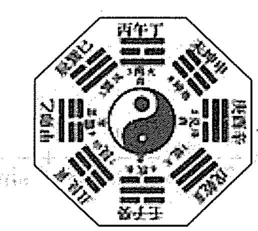


图1

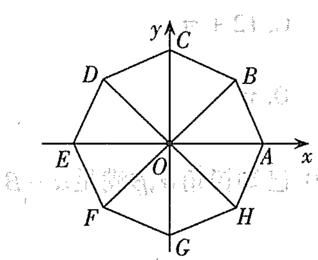


图2

A. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

B. 以射线OF为终边的角的集合可以表示为$\left\{\alpha\left|\alpha=\dfrac{5\pi}{4}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$

C. 在以点O为圆心、OA为半径的圆中,弦AB所对的劣弧弧长为$\dfrac{\pi}{4}$

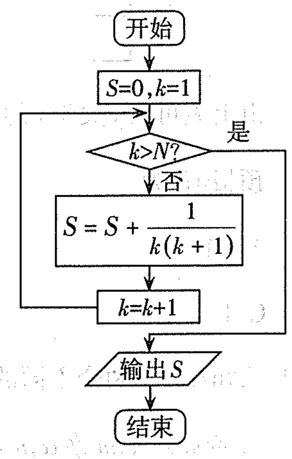
D. 正八边形$ABCDEFGH$的面积为$4\sqrt{2}$

6. 已知实数a,b满足$3\times2^{a}-2^{b+1}=0$，$a=c+\log_2(x^2-2x+3)$，则下列正确的结论是

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$

C. $a>c>b$　　D. $c>b>a$

7. 某程序框图如右图所示，若$N=2021$，则输出的$S=$



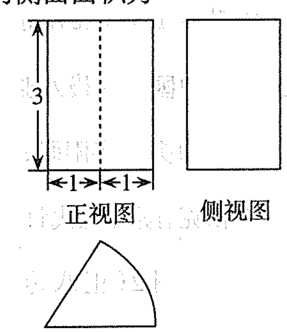
A. $\frac{2019}{2020}$

B. $\frac{2020}{2021}$

C. $\frac{2021}{2022}$

D. $\frac{2022}{2023}$

8. 已知某几何体的三视图如图所示，其中俯视图是扇形，则该几何体的侧面面积为



正视图　侧视图

俯视图

A. $12+2\pi$

B. 2π

C. $12+\pi$

D. π

9. 已知锐角α,β满足$\alpha-\beta=\frac{\pi}{3}$，则$\frac{1}{\cos\alpha\cos\beta}+\frac{1}{\sin\alpha\sin\beta}$的最小值为

A. 4　　B. $4\sqrt{3}$

C. 8　　D. $8\sqrt{3}$

10. 已知三棱台$ABC-A_1B_1C_1$中，三棱锥$A-A_1B_1C_1$的体积为4，三棱锥A_1-ABC的体积为8，则四面体$A-B_1CC_1$的体积为

A. $3\sqrt{3}$　　B. $4\sqrt{2}$

C. $4\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{7}$

11. 已知点F是双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$的左焦点，过原点的直线$l$与该双曲线的左右两支分别相交于点$A,B$，则$\frac{1}{|FA|}-\frac{9}{|FB|}$的取值范围是

A. $[-1,0)$　　B. $[-\frac{4}{5},0)$

C. $[-\sqrt{2},1)$　　D. $[-1,+\infty)$

12. 在$\triangle ABC$中，$\sin(A-B)+\sin B=\sin C$，点D在边BC上，且$CD=2BD$，设$k=\frac{\sin\angle ABD}{\sin\angle BAD}$，则当$k$取最大值时，$\sin\angle ACD=$

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{3+\sqrt{3}}{6}$　　D. $\frac{(3-\sqrt{3})\sqrt{11}}{6}$

弥封线内不要答题

太原市2021年高三年级模拟考试(三)

数 学 试 卷(理科)

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 现采用随机模拟的方法估计某运动员射击击中目标的概率.先由计算器给出0到9之间取整数的随机数,规定0,1,2表示没有击中目标,3,4,5,6,7,8,9表示击中目标,以4个随机数为一组,代表射击4次的结果,经随机模拟产生了20组随机数:

6011　3661　9597　6947　1417　4698　0371　6233　2616　8045

7424　7610　4281　7527　0293　7140　9857　0347　4373　8636

根据以上数据估计该运动员射击4次至少击中3次目标的概率为________.

14. $\int_{-1}^{1}(\sqrt{1-x^2}+x)dx=$________.

15. 已知实数x,y满足$\begin{cases}2x+y-5\geqslant 0,\\x+2y-7\leqslant 0,\\x-y-1\leqslant 0,\end{cases}$则$\dfrac{y^2+2x^2}{xy}$的取值范围是________.

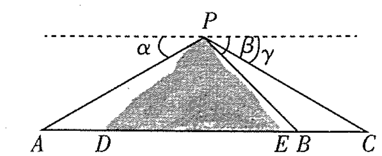
16. 已知函数$f(x)=x^2-2mx+e^{2x}-2me^x+2m^2$,若存在实数$x_0$,使得$f(x_0)\leqslant\dfrac{1}{2}$成立,则实数$m=$________.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17.(本小题满分12分)

如图,A,B,C为山脚两侧共线的三点,在山顶P处测得这三点的俯角分别为$\alpha=30°$,$\beta=45°$,$\gamma=30°$,现计划沿直线AC开通一条穿山隧道DE,经测量$AD=100\text{m}$,$BE=33\text{m}$,$BC=100\text{m}$.



(Ⅰ)求PB的长;

(Ⅱ)求隧道DE的长(精确到1m).

附:$\sqrt{2}\approx1.414$;$\sqrt{3}\approx1.732$.

18.(本小题满分12分)

为进一步保护环境,加强治理空气污染,某市环保监测部门对市区空气质量进行调研,随机抽查了市区100天的空气质量等级与当天空气中SO_2的浓度(单位:$\mu g/m^3$),整理数据得到下表:

SO_2的浓度 / 空气质量等级	[0,50]	(50,150]	(150,475]
1(优)	28	6	2
2(良)	5	7	8
3(轻度污染)	3	8	9
4(中度污染)	1	12	11

若某天的空气质量等级为1或2,则称这天"空气质量好";若某天的空气质量等级为3或4,则称这天"空气质量不好",根据上述数据,回答以下问题.

(Ⅰ)估计事件"该市一天的空气质量好,且SO_2的浓度不超过150"的概率;

(Ⅱ)完成下面的2×2列联表,

SO_2的浓度 / 空气质量	[0,150]	(150,475]
空气质量好		
空气质量不好		

(Ⅲ)根据(Ⅱ)中的列联表,判断是否有99%的把握认为该市一天的空气质量与当天SO_2的浓度有关?

附:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$;

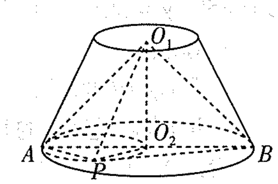
$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19.(本小题满分12分)

如图,O_1, O_2分别是圆台上下底面的圆心,AB是下底面圆的直径,$AB = 2O_1O_2$,点P是下底面内以AO_2为直径的圆上的一个动点(点P不在AO_2上).

(Ⅰ)求证:平面$APO_1 \perp$平面PO_1O_2;

(Ⅱ)若$O_1O_2 = 2$,$\angle PAB = 45°$,求二面角$A - PO_1 - B$的余弦值.



20.(本小题满分12分)

已知面积为16的等腰直角$\triangle AOB$(O为坐标原点)内接于抛物线$y^2 = 2px(p>0)$,$OA \perp OB$,过抛物线的焦点F且斜率为2的直线l与该抛物线相交于P,Q两点,点M是PQ的中点.

(Ⅰ)求此抛物线的方程和焦点F的坐标;

(Ⅱ)若焦点在y轴上的椭圆C经过点M,求椭圆C短轴长的取值范围.

21.(本小题满分12分)

已知函数$f(x) = a\ln x - \frac{1}{4}x^2 + b - \ln 2$在点$(2,f(2))$处的切线方程为$y = -\frac{1}{2}x + 1$.

(Ⅰ)求$f(x)$的单调区间;

(Ⅱ)设$x_1, x_2(x_1 < x_2)$是函数$g(x) = f(x) - m$的两个零点,求证:$x_2 - x_1 < \frac{3}{2} - 4m$.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22.(本小题满分10分)**【选修4-4:坐标系与参数方程】**

在平面直角坐标系xOy中,曲线C的参数方程为$\begin{cases} x = 2 + \cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta, \\ y = \sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta \end{cases}$($\theta$为参数),以坐标原点$O$为极点,$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(Ⅰ)求曲线C的极坐标方程;

(Ⅱ)设点A的极坐标为$(2,\frac{\pi}{3})$,点B(异于点O和点A)在曲线C上,求$\triangle OAB$面积的最大值.

23.(本小题满分10分)**【选修4-5:不等式选讲】**

已知函数$f(x) = |2x+1| - |mx-1|(m>0)$.

(Ⅰ)当$m = 2$时,解不等式$f(x) < 2$;

(Ⅱ)若$f(x)$有最小值,且关于x的方程$f(x) = -x^2 - x - \frac{7}{4}$有两个不相等的实数根,求实数$m$的取值范围.