太原市2021年初中毕业班综合测试（三）
数学试题参考答案及评分建议

一、**选择题**（本大题共10个小题，每小题3分，共30分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	A	C	A	C	B	D	A	B

二、**填空题**（本大题共5个小题，每小题3分，共15分）

11. $(x+1)(3x-1)$　　12. $3n$　　13. $0<x<3$　　14. $\frac{1}{6}$　　15. $\frac{12+2\sqrt{5}}{3}$

三、**解答题**（本大题共8个小题，共75分）

16. （本题共2个小题，每小题5分，共10分）

解：（1）原式$=-3-2-1+4$ ……4分

$=-2.$ ……5分

（2）去分母，得　$2(x+2)=3x+1.$ ……7分

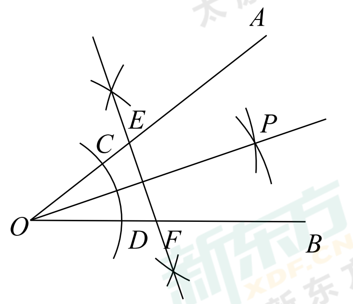
解得　$x=3.$ ……8分

检验：当$x=3$时，2(x-2)=2(3-2)=2≠0. ……9分

所以，$x=3$是原方程的解. ……10分

17.（本题6分）

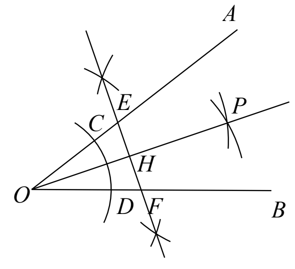
解：（1）如图，



……1分

所以，上图为所求作的图形. ……2分

（2）如图，设EF与OP交于点H.



∵EF是OP的垂直平分线，

∴$\angle OHE=\angle OHF=90^\circ$. ……3分

在Rt△OHE中，$\angle OEH=90^\circ-\angle EOH$.

在Rt△OHF中，$\angle OFH=90^\circ-\angle FOH$. ……4分

由对$\angle AOB$的操作知，OP是$\angle AOB$的角平分线.

∴$\angle EOH=\angle FOH$. ……5分

∴$\angle OEH=\angle OFH$.

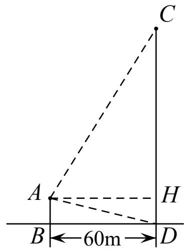
∴$OE=OF$. ……6分

18.（本题 7 分）

解：如图，过点 A 作 $AH\perp CD$ 于点 H，则 $\angle AHC=\angle AHD=90°$.……………1 分

$\because AB\perp BD$，$CD\perp BD$，$\therefore \angle ABD=\angle CDB=90°$.

$\therefore$ 四边形 $ABDH$ 是矩形. …………2 分



$\because BD=60$，$\therefore AH=BD=60$.

在 Rt△AHD 中，$\tan\angle HAD=\dfrac{HD}{AH}$， …………3 分

$\because \angle HAD=15°$，$\tan15°\approx0.27$，

$\therefore HD\approx 0.27\times AH=0.27\times 60=16.2$. …………4 分

在 Rt△AHC 中，$\tan\angle CAH=\dfrac{HC}{AH}$， ……………………5 分

$\because \angle CAH=60°$，

$\therefore HC=\sqrt{3}\times AH=60\sqrt{3}\approx 103.8$. ……………………6 分

$\therefore DC=HC+HD=103.8+16.2=120$.

答：楼高 DC 约为 120m. ……………………7 分

19.（本题 9 分）

解：（1）丙. ……………………2 分

（2）当笔试、面试、民主投票三项得分按 $2:5:3$ 的比例确定个人成绩时，

甲的得分：$\dfrac{65\times2+90\times5+35\times3}{2+5+3}=68.5$（分）. ……………………3 分

乙的得分：$\dfrac{70\times2+80\times5+40\times3}{2+5+3}=66$（分）. ……………………4 分

丙的得分：$\dfrac{95\times2+75\times5+25\times3}{2+5+3}=64$（分）. ……………………5 分

$\because 68.5>66>64$，

$\therefore$ 甲被录用. ……………………6 分

当笔试、面试、民主投票三项得分按 $3:2:5$ 的比例确定个人成绩时，

甲的得分：$\dfrac{65\times3+90\times2+35\times5}{3+2+5}=55$（分）.

乙的得分：$\dfrac{70\times3+80\times2+40\times5}{3+2+5}=57$（分）.

丙的得分：$\dfrac{95\times3+75\times2+25\times5}{3+2+5}=56$（分）.

$\because 57>56>55$，

$\therefore$ 乙被录用. ……………………7 分

（3）答案不唯一，只要合理即可.如：

示例 1：录用结果受笔试成绩、面试成绩、投票得分的权重的影响总.

示例 2：笔试成绩、面试成绩与投票得分的权重，影响个人成绩的变化，导致录取结

果发生变化.

示例 3：加权平均数受每个数据权重的影响. ……………………9 分

20. （本题 10 分）

解：（1）设基本价为 b 万元， p 与 x 的函数关系式为 $p=ax+b$.……………………1 分

根据题意，得 $\begin{cases}3a+b=10.6,\\10a+b=12.\end{cases}$ ……………………3 分

解得 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{5},\\b=10.\end{cases}$ ……………………4 分

答：每场的基本价为 10 万元， $p=\dfrac{1}{5}x+10$ (1≤x≤30 的整数). ……………5 分

评分说明：不标自变量取值范围不扣分.

（2）设每场获得的利润为 w 万元. ……………………6 分

根据题意，得 $w=\left(\dfrac{1}{5}x+10-10\right)(-x+50)$ ……………………7 分

$=-\dfrac{1}{5}x^2+10x=-\dfrac{1}{5}(x-25)^2+125$. ……………………8 分

$\because -\dfrac{1}{5}<0$，∴当 x=25 时，w 取得最大值，最大值为 125. ………………9 分

答：第 25 场获得的利润最大，最大利润为 125 万元. ……………………10 分

21.（本题 9 分）

解：（1）等腰三角形“三线合一”（或等腰三角形顶角的角平分线，底边上的高，底边上的中线互相重合） ……………………2 分

（2）$OC=ON-CN=-\dfrac{1}{2}b-\dfrac{\sqrt{b^2-4c}}{2}=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4c}}{2}$， ……………………3 分

$OD=ON+DN=-\dfrac{1}{2}b+\dfrac{\sqrt{b^2-4c}}{2}=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4c}}{2}$. ……………………4 分

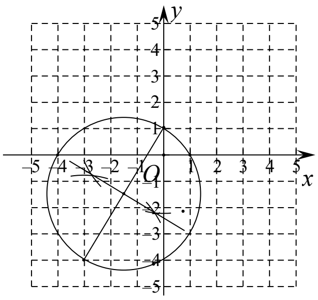
∴点 C 的横坐标是 $\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4c}}{2}$，点 D 的横坐标是 $\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4c}}{2}$. ……5 分

由求根公式，得

方程 $x^2+bx+c=0$ 的两个实数根是 $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4c}}{2}$，$x_2=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4c}}{2}$.

∴卡莱尔的结论是正确的. ……………………6 分

（3）如图.



∴上图为所求作的圆. ……………………………8 分

∴圆与 x 轴交点的坐标是（−4，0）和（1，0）. ……………………………9 分

22.（本题 12 分）

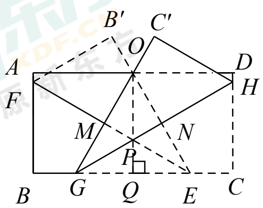
解：（1）6 或 $3\sqrt{5}-3$(或 $\dfrac{12}{\sqrt{5}+1}$). ……………………………4 分

（2）如图，过点 O 作 $OQ\perp BC$ 于点 Q，则∠OQB=90°.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，点 O 是 AD 的中点，

∴∠A =∠B=90°，AD=BC，AD∥BC，$AO=\dfrac{1}{2}AD$.

∴四边形 $ABQO$ 是矩形. ……………………………5 分



∵AB=6，BC=12，

∴OQ=AB=6，$BQ=AO=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{1}{2}BC$.∴$BQ$=$CQ$=6.

∵EC=BG，∴BQ- BG =CQ- CE. ∴GQ=QE.

∴OQ 是 GE 的垂直平分线. ∴OG=OE.

∵△$FB'E$ 与△FBE 关于直线 EF 对称，∠FEB=30°，

∴△$FB'E$≌△FBE. ∴∠FEB'=∠FEB=30°.

∴∠OEG=∠FEB'+∠FEB=60°.

∴△OGE 是等边三角形，∠OGE=∠OEG=60°. ……………………………6 分

∵△$GC'H$ 与△GCH 关于直线 GH 对称，∴∠OGH=∠HGE=$\dfrac{1}{2}$∠OGE=30°.

∴∠HGE=∠FEB.∴PG=PE. ∴点 P 在 GE 的垂直平分线上.

∴点 P 是△OGE 的三条角平分线的交点，也是三条边的垂直平分线的交点.

∴线段 OQ，EM，GN 将△OGE 的面积六等分.

∴$S_{\text{四边形}OMPN}=2S_{\triangle OPM}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle OGE}=\dfrac{2}{3}S_{\triangle OGQ}$.

在 Rt△OGQ 中，$\tan\angle OGQ=\dfrac{OQ}{GQ}$，∴$GQ=\dfrac{OQ}{\tan 60^\circ}=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$. ……………7 分

$\therefore S_{四边形OMPN}=\dfrac{2}{3}GQ\cdot OQ\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{3}\times2\sqrt{3}\times6=4\sqrt{3}$.

∴四边形 *OMPN* 的面积是 $4\sqrt{3}$. ……………………………8 分

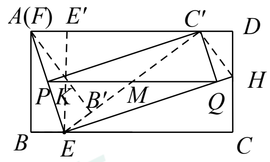
（3）结论：四边形 *EPC′Q* 是矩形. ……………………………9 分

如图，设 *C′E* 与 *PQ* 交于点 *M*.

由折叠可知，*PQ* 是 *EE′*的垂直平分线，*PQ* // *AD*.

$\therefore \dfrac{AP}{PE}=\dfrac{C'M}{ME}=\dfrac{E'K}{KE}=1$.

∴*AP*=*PE*，*C′M*=*ME*. ……………………………10 分



∵△*AB′E* 与△*ABE* 关于直线 *AE* 对称，

∴△*AB′E*≌△*ABE*.

∴∠*AE′B*=∠*AEB* $=\dfrac{1}{2}$∠*BEB′*.

∵四边形 *ABCD* 是矩形，∴*AD* // *BC*.

∴∠*DAE*=∠*AEB*．∴∠*DAE*=∠*AEB′*. ∴*AC′*=*EC′*.

∵*AP*=*PE*，∴*C′P*⊥*AE*. ∴∠*C′PE*=90°. ……………………………11 分

同理可得 ∠*CEQ*=∠*QEC′* $=\dfrac{1}{2}$∠*C′EC*，∠*MQE*=∠*QEC*.

∴∠*QEC′*=∠*MQE*. ∴*ME*=*MQ*.

∵*C′M*=*ME*，∴*C′M*=*MQ*. ∴∠*MC′Q*=∠*MQC′*.

在△*EQC′*中，∠*MC′Q*+∠*MQC′*+∠*MQE*+∠*QEM* =180°.

∴∠*MQE*+∠*MQC′*=90°，即∠*EQC′* =90°.

∵∠*BEB′*+∠*CEC′* =180°，∴∠*AEB′*+∠*QEC′* =90°，即∠*PEQ*=90°.

∴∠*C′PE*=∠*PEQ*=∠*EQC′* =90°.

∴四边形 *C′PEQ* 是矩形. ……………………………12 分

23.（本题 12 分）

解：（1）把 x=0 代入 $y=x^2+4x+3$，得 y=3.

∴点 *C* 的坐标是（0，3）. ……………………………1 分

当 y=0 时，$x^2+4x+3=0$. 解得 $x_1=-3$，$x_2=-1$. ……………………………2 分

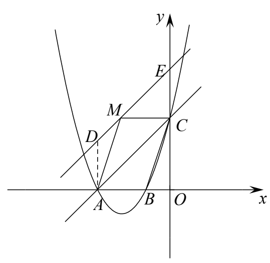
∴点 *A* 的坐标是（-3，0），点 *B* 的坐标是（-1，0）. ……………………………3 分

（2）存在. 连接 *AD*. ……………………………4 分

∵点 *A*（-3，0），点 *B*（-1，0），点 *C*（0，3），

∴*OA*=*OC*=3，*AB*=2.

∵∠*AOC*=90°，∴∠*OAC*=∠*OCA*=$\dfrac{180°-\angle AOC}{2}=45°$.



∵点 *D*，点 *B* 关于直线 *AC* 对称，

∴∠*DAC*=∠*BAC*=45°，*AD*=*AB*=2.

∴$\angle DAO=\angle DAC+\angle CAB=90°$.

∴点 D 的坐标是（-3，2）. ……………………………5 分

设直线 DE 的表达式为 $y=kx+b$.

把点 E（0，5），点 D（-3，2）的坐标分别代入，得

$\begin{cases}5=b,\\2=-3k+b.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=1,\\b=5.\end{cases}$ ………………………6 分

∴直线 DE 的表达式为 $y=x+5$.

∵$\triangle CMA\cong\triangle ABC$，∴$\angle MCA=\angle CAB=45°$，$CM=AB=2$. …………………7 分

∴$\angle MCO=\angle MCA+\angle ACO=90°$.∴$MC\perp y$ 轴于点 C. ∴点 M 的坐标是（-2，3）.

把 $x=-2$ 代入 $y=x+5$ 中，得 $y=3$.

∴点 M 在直线 DE 上. ………………………8 分

（3）设点 G 的坐标为$(m，m^2+4m+3)$，则点 F 的坐标$(m，m+5)$. …………9 分

由（2），得 $MC=CE=2$，$MC\perp y$ 轴，

∴$\angle MEC=45°$. ∴$DE\,/\!/\,AC$. ………………………10 分

∵$FH\perp AC$，∴FH 为定值. ∴FG 最大时 $FG+FH$ 取得最大值.

∵$FG=m+5-(m^2+4m+3)=-m^2-3m+2=-\left(m+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{17}{4}$，$-1<0$，

∴当 $m=-\dfrac{3}{2}$ 时，$FG_{最大值}=\dfrac{17}{4}$.

此时，点 G 的坐标为$\left(-\dfrac{3}{2}，-\dfrac{3}{4}\right)$. ………………………11 分

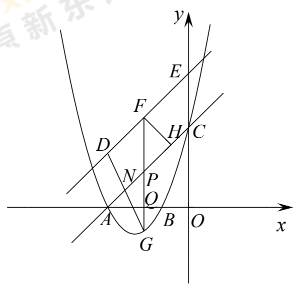
如图，设 FG 交 AC 于点 P，交 x 轴交于点 Q.

∵$FG\perp x$ 轴，∴$\angle AQP=90°$，点 Q 的坐标为$\left(-\dfrac{3}{2}，0\right)$.

∵$\angle PAQ=\angle CAO=45°$，在 Rt$\triangle APQ$ 中，$\tan\angle PAQ=\dfrac{PQ}{AQ}=1$.

∴$PQ=AQ=-\dfrac{3}{2}-(-3)=\dfrac{3}{2}$. ∴$PG=\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{9}{4}$.

∴$FP=FG_{最大值}-PG=\dfrac{17}{4}-\dfrac{9}{4}=2$.



∵$DE\,/\!/\,AC$，∴$\dfrac{DN}{NG}=\dfrac{FP}{PG}$. ∴$\dfrac{DN}{NG}=\dfrac{2}{\frac{9}{4}}=\dfrac{8}{9}$.

∴$DN:NG=8:9$. ………………………12 分

评分说明：解答题的其它解法，参照上述建议评分.