2020-2021 学年第二学期八年级期末考试

数 学 试 卷

一、选择题（本大题含 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将其字母标号填入下表相应位置。

1. 计算$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a^2}$的结果为

A. $\frac{1}{a}$　　B. $\frac{1}{b}$　　C. $\frac{b}{a}$　　D. $\frac{a}{b}$

【答案】A

【考点】分式化简

2.山西省教育厅官网是省教育厅在国际互联网上发布政务信息和提供在线服务的综合平台。下面是该官网上四个栏目的标志，其中的图案是中心对称图形的是

【答案】D

【考点】中心对称图像

3. 下列从左到右的变形，属于因式分解的是

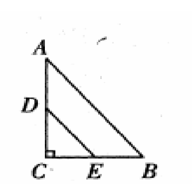
$A. a(m+n) = am + an$　　$B.\ m^2 + m = m(m+1)$

$C. m^2 - 1 + m = (m+1)(m-1) + m$　　$D. (m+1)^2 = (m+1)(m+1)$

【答案】B

【考点】因式分解

4. 如图，$Rt\triangle ABC$中，$\angle C = 90°$，$AC = 4$，$BC = 3$，点 D，E 分别是 AC，BC 的中点，则 DE 的长为



（第 4 题图）

$A. 1.5$　　$B. 2$　　$C. 2.5$　　$D. 5$

【答案】C

【考点】中位线

【解析】∵ $Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AC=4$，$BC=3$

∴ $AB=5$

∵ 点D，E分别是AC，BC的中点

∴ DE为$\triangle ABC$的中位线

∴ $DE=\frac{1}{2}AB=2.5.$

故选 C.

5. 已知$-3a>-3b$，则下列不等式成立的是

$A.a-b>0$　　$B.a+b>0$　　$C.a-b<0$　　$D.a+b<0$

【答案】C

【考点】不等式基本性质

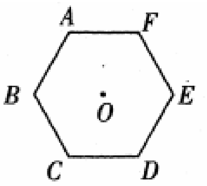
【解析】∵ $-3a>-3b$

∴ $a<b$

∴ $a-b<0$

故选 C.

6. 如图，将正六边形 $ABCDEF$绕它的中心O顺时针旋转一定角度，可以使边BA与AF重合，则旋转角的最小度数为



（第6题图）

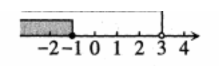
A. 60°　　B. 90°　　C. 120°　　D. 180°

【答案】A

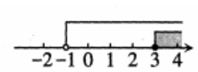
【考点】旋转

【解析】$\angle AOB=\angle AOF=60°$，故选 A.

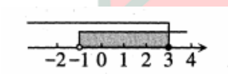
7. 将不等式组$\begin{cases}2x-5<1\\ -3\le 3\end{cases}$，的解集表示在数轴上正确的是



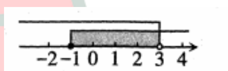
A



B



C



D

【答案】D

【考点】不等式组的解集

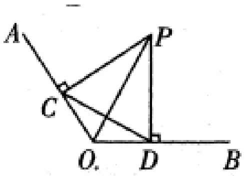
【解析】解不等式$2x-5<1$，得$x<3$

解不等式$-3x\le 3$，得$x\ge -1$

∴ $-1\le x<3$

故选 C.

8. 如图，点P是$\angle AOB$内的一点，$PC\perp OA$于点C，$PD\perp OB$于点D，连接OP，CD. 若$PC=PD$，则下列结论不一定成立的是



（第8题图）

A. ∠AOP=∠BOP　　B. ∠OPC=∠OPD　　C. PO 垂直平分 CD　　D. PD＝CD

【答案】D

【考点】角分线的判定，等腰三角形三线合一

【解析】∵ $PC\perp OA$于点C，$PD\perp OB$于点D，且$PC=PD$

∴ P在$\angle AOB$的角分线上

∴ $\angle AOP=\angle ODP=90°$

∴ $\angle OPC=\angle OPD$

∵ $PC\perp OA$，$PD\perp OB$

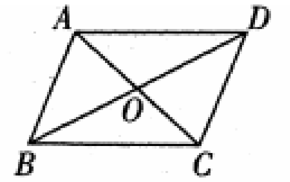
∴ $\angle OCP=\angle BOP$

又 ∵ $PC=PD$

∴ $PO\perp CD$(等腰三角形三线合一)

故选 D.

9. 如图，四边形$ABCD$中，对角线AC，BD相交于点，且$OA=0C$. 添加下列条件后仍无法判定四边形$ABCD$是平行四边形的是



（第9题图）

A. AB=CD　　B. AB∥CD　　C. OB=OD　　D. ∠ADB=∠CBD

【答案】A

【考点】平行四边形的判定

【解析】A. $AB=CD$，$OA=0C$，$\angle AOB=\angle COD$, SSA不能证全等，故 A 错误

B. ∵ $AB\parallel CD$，∴ $\angle BAO=\angle DCO$，又 $OA=0C$，$\angle AOB=\angle COD$,

∴ △ AOB和△ COD全等（ASA）∴ $AB=\mathrm{CD}$ ，一组对边平行且相等，故 B 正确；

C. ∵ $OB=OD$，$OA=0C$，对角线互相平分，故 C 正确

D. ∵ $\angle ADB=\angle CBD$, ∴ $AD\parallel \mathrm{BC}$, 又 $OA=0C$，$\angle AOB=\angle COD$,

∴ △ AOD和△ COB全等（AAS）∴ $AD=\mathrm{BC}$, 一组对边平行且相等，故 D 正确

10. 学校组织八年级同学到劳动教育基地参加实践活动，某小组的任务是平整土地$300m^2$. 开始的半小时，由于操作不熟练，只平整完$30m^2$. 学校要求完成全部任务的时间不超过3小时，若他们在剩余时间内每小时平整土地xm^2，则x满足的不等关系为

$A.30+(3-0.5)x\le 300$ $B.30+(3-0.5)x>300$

$C.\frac{300-30}{x}-0.5\le 3$ $D.0.5+\frac{300-30}{x}\ge 3$

【答案】B

【考点】设未知数列不等式

【解析】等量关系：时间 ×速度 ＝总工程量，由题意知，时间为小于$(3-0.5)h$，速度设为每小时xm^2，所以当总工程量为 300 时要小于$30+(3-0.5)x$，故选 B.

二、填空题（本大题含 5 个小题，每小题 2 分，共 10 分）把答案写在题中横线上。

11. 分式$\frac{x+2}{x-2}$有意义的条件是________________

【答案】$x\neq 2$

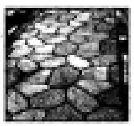
【考点】分式的性质

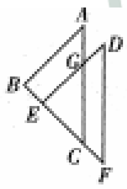
12. 学校内的一条小路是用不同的多边形地砖铺成的，其中一块地砖的形状是七边形，则其内角和是_____________°.

【答案】900

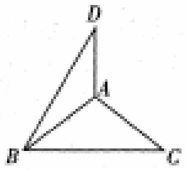
【考点】多边形内角和

13. 如图，△ABC 中，AB＝BC＝8cm，将△ABC 沿 BC 平移 3cm 得到△DEF，AC 与 DE 相交于点 G，则 GE 的长为________________.

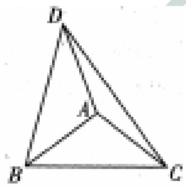

(第 12 题图)



(第 13 题图)



(第 15 题图 1)



(第 15 题图 2)

【答案】5

【考点】图形的平移

14. 今年 5 月 1 日，历时 8 年修复的太原古县城正式开城迎客，统计结果显示，太原古县城第一时段 a 天共接待游客 m 万人次，第二时段 b 天共接待游客 3m 万人次，则这两个时段内平均每天接待游客________万人次.

【答案】$\frac{4m}{a+b}$

【考点】列代数式

15. 已知，△ABC 中，AB＝AC=5, BC=8.

请从下列 A, B 两题中任选一题作答. 我选择_____题.

A. 如图 1，将线段 BC 绕点 B 逆时针旋转 60°得到线段 BD，连接 AD，则 AD 的长为_______.

B. 如图 2，将线段 BC 绕点 B 逆时针旋转得到线段 BD，连接 AD，CD, 若 AD=AC，则 CD 的长为_________.

【答案】A:4$\sqrt{3}$-3　B: $\frac{48}{5}$

【考点】图形的旋转

三、解答题（本大题含8个小题，共60分）解答应写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程。

16.（每小题3分，共6分）将下列各式分解因式：

（1）$x^2y-2xy^2+y^3$；　　　　（2）$a^2(a-b)-b^2(a-b)$.

【答案】（1）$y(x-y)^2$；（2）$(a-b)^2(a+b)$

【考点】因式分解的提公因式法和公式法

【解析】解：（1）$=y(x^2-2xy+y^2)$

$=y(x-y)^2$.

（2）$=(a-b)(a^2-b^2)$

$=(a-b)(a+b)(a-b)$

$=(a-b)^2(a+b)$

17.（每小题5分，共10分）

（1）先化简，再求值：$(\frac{x+2}{x-2}-\frac{2x-4}{x^2-4x+4})\div\frac{x-4}{x-2}$，其中$x=-3$；

（2）解方程：$\frac{2x}{x-1}=\frac{3}{1-x}-1$.

【答案】（1）$\frac{3}{7}$；（2）$x=-\frac{2}{3}$

【考点】分式的化简求值和分式方程求解。

【解析】解：（1）原式$=\left[\frac{x+2}{x-2}-\frac{2(x-2)}{(x-2)^2}\right]\cdot\frac{x-2}{x-4}$

$=\frac{x}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x-4}$

$=\frac{x}{x-4}$

当$x=-3$时，原式$=\frac{-3}{-3-4}=\frac{3}{7}$.

（2）去分母，得2x=-3-(x-1)

去括号，得$2x=-3-x+1$

移项、合并同类项，得$3x=-2$

化系数为1，得$x=-\frac{2}{3}$

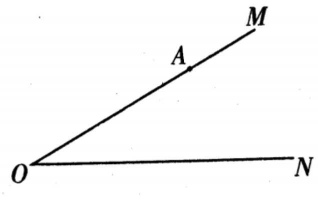
把$x=-\frac{2}{3}$代入原方程，得左边$=\frac{4}{5}$，右边$=\frac{4}{5}$，左边=右边.

所以，$x=-\frac{2}{3}$是原方程的根.

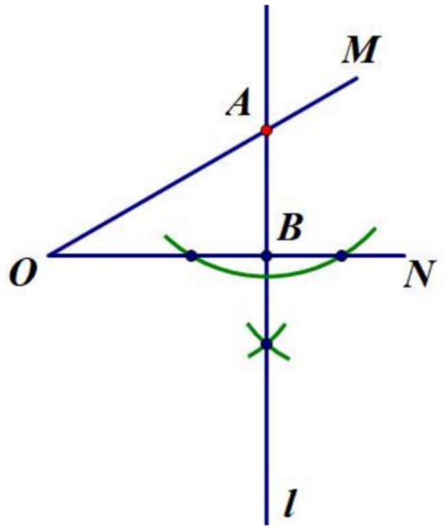
18.（本题8分）如图，已知∠MON=30°点A是射线OM上的一点.

（1）求作：直线L，使L经过点A，且L⊥于ON点B（要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）；

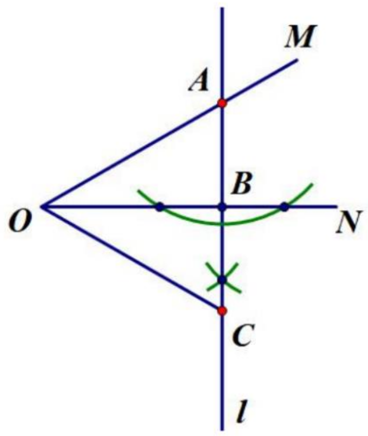
（2）在（1）中线段AB的延长线上取点C，使BC=AB，连接OC.按要求补全图形并证明AC=OC.



【答案】（1）略；（2）证明过程见解析
【考点】垂直平分线的作法；等边三角形的判定.
【解析】解：（1）如图：

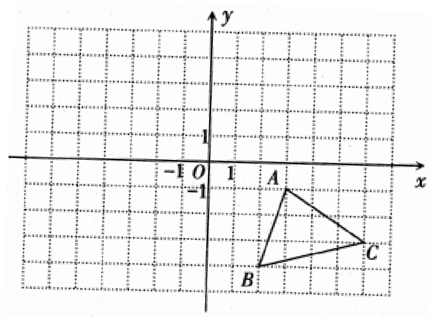


结论：直线l即为所求.
（2）补全图形如下：



证明：$\because AB\perp AC$、$BC=AB$，
$\therefore OB$垂直平分AC，
$\therefore OA=CO$，
$\therefore \angle AOC=2\angle AOB$，
$\because \angle AOB=30°$，$\therefore \angle AOC=60°$，
$\therefore\triangle OAC$是等边三角形，
$\therefore AC=OC$.

19.如图，平面直角坐标系中，△ABC 三个顶点的坐标分别为 A（3，-1）B(2,-4)C(6,-3)



(1)请在图中画出与△ABC关于原点成中心对称的$\triangle A_1B_1C_1$并直接写出点A_1, B_1, C_1的坐标：

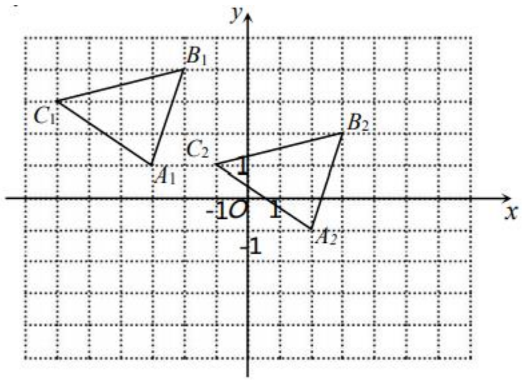
A_1__________，B_1__________，C_1__________；

(2)将点A_1, B_1, C_1的横坐标分别加5，纵坐标分别减2，依次得到点$A_2B_2C_2$请在图中画出$\triangle A_2B_2C_2$

(3)若点P(m，n)是△ABC内的任意一点，点P经过(1)(2)中的两次变换后的对应点为P_2，则点P_2的坐标为__________(用含m，n的式子表示).

【答案】

(1)$A_1(-3,1)$，$B_1(-2,4)$，$C_1(-6,3)$;如图$\triangle A_1B_1C_1$即为所求.



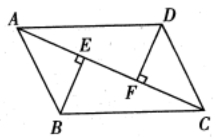
(2)如图$\triangle A_2B_2C_2$即为所求.

(3)$(-m+5,-n-2)$

【考点】图形的平移与旋转

20.已知:如图,在▱ABCD中,过点B,D分别作对角线AC的垂线,垂足为点E,F.

求证:BE=DF



【解析】

证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形.

$\therefore AB \parallel CD$，$AB = CD$.

$\therefore \angle BAE = \angle DCF$.

由题知，$BE \perp AC, DF \perp AC$.

$\therefore \angle AEB = \angle \mathrm{CFD} = 90^\circ$.

在$\triangle \mathrm{AEB}$和$\triangle \mathrm{CFD}$中，

$$\begin{cases} AB = CD \\ \angle AEB = \angle CFD \\ \angle BAE = \angle DCF \end{cases}$$

∴ $\triangle AEB \cong \triangle CFD$.

∴ BE = DF

【考点】平行四边形的性质

21.（本题 11 分）

“我是宝剑，我是火花，我愿生如闪电之耀亮，我愿死如彗星之迅忽.”这是山西党团组织的创始人高君雨的一首言志诗，在中国共产党成立 100 周年之际，八年级全体师生前往位于娄烦县峰岭底村的高君宇故居纪念馆参观.活动当天，大家在学校集合，1 号车先出发，0.5 小时后，2 号车沿同样路线出发，结果两辆车同时到达目的地.已知学校到高君宇故居纪念馆的路程是 150km，2 号车的平均速度是 1 号车平均速度的 $\frac{5}{4}$ 倍.

（1） 求 1 号车从学校到目的地所用的时间;

（2） 参观结束之后，同学们分组进行了党史小剧场展演活动，为鼓励大家，学校决定从当地购买 A,B 两种纪念品共 40 件奖励给参演同学.已知 A 种纪念品的单价为 12 元/件,B 种纪念品的单价为 10 元/件，且 A 种纪念品数量不少于 B 种的 $\frac{3}{4}$.求购买 A 种纪念品多少件可以使购买纪念品的总价最少.

【答案】(1) 1 号车从学校到目的地所用的时间为 2.5h

(2) 购买 A 种纪念品 18 件时，可以使购买纪念品的总价最少.

【考点】分式方程的实际应用

【解析】(1) 设 1 号车得平均速度为 xkm/h，则 2 号车得平均速度为 5/4x km/h.

根据题意，得 $\frac{150}{\frac{5}{4}x}+0.5=\frac{150}{x}$

解得，$x=60$

经检验，$x=60$是原方程的根.

150 ÷ 60=2.5（h）

答：1 号车从学校到目的地所用的时间为 2.5 小时.

设购买 A 种纪念品 m 件，则购买 B 种纪念品（40-m）件.

购买 A,B 纪念品一共所花费用为 y 元.

根据题意，得 y=12m+10（40-m)=2m+400

因为 2>0
所以 y 随 m 的增大而增大.

因为 A 种纪念品数量不少于 B 种的 $\frac{3}{4}$

所以 $m \geq \frac{3}{4}(40-m)$

解得 $m \geq 17\frac{1}{7}$

因为 m 为整数，所以 m 的最小值为 18.
所以当 m 取最小值 18 时，y 的值最小.
答：购买 A 种纪念品 18 件时，可以使购买纪念品的总价最少.

22.(本题 4 分)请阅读下列材料，完成相应的任务：

无刻度直尺作图

“无刻度直尺”是尺规作图的工具之一，它的作用在于连接任意两点、做任意直线、延长任意线段，结合图形的性质，只利用无刻度直尺也可以解决一些几何作图问题。

如图 1，已知：点 P 是线段 AB 的中点，分别以 PA,PB 为边在 AB 的同侧作△PAC 其中 CA=CP,DP=DB,∠ACP=∠PDB.求作：线段 PC 的中点 E.

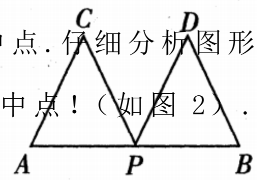


图1

按常规思路，用尺规作线段 PC 的垂直平分线，垂足即为 PC 的中点.仔细分析图形，你会发现，只用无刻度的直尺连接线段 AD,AD 与 CP 交点 E 即为 PC 的中点！（如图 2）.证明如下：连接 CD

∵CA=CP,∴∠CAP=∠CPA.(依据 1)

∵∠CAP+∠CPA+∠ACP=180°，∴∠CAP＝$\frac{180°-\angle ACP}{2}$

同理，∠DPB＝$\frac{180°-\angle PDB}{2}$

∵∠ACP=∠PDB,∴∠CAP=∠DPB,∴AC∥PD.

∵P 是 AB 的中点，∴AP=BP.

∴△APC≌△PDB，∴AC=PD

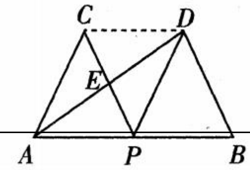


图2

∴四边形 APDC 是平行四边形.(**依据 2**)

∴CE=PE,∴E 是 PC 的中点.

任务:(1)写出上述证明过程中依据 1 与依据 2 的内容:

依据 1:________________________

依据 2:________________________

(2)如图 3,在□ABCD 中,点 E 是 CD 边的中点,请利用无刻度直尺作图,保留作图痕迹,不写画法.

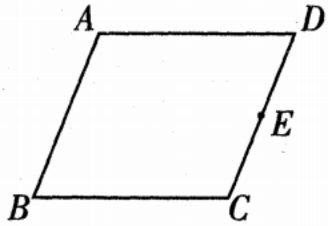


图3

请从下面 A,B 两题中任选一题作答.我选择__题.

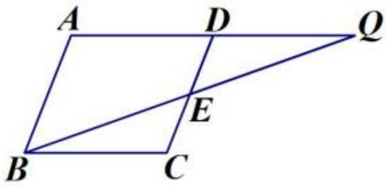
A. 求作△ABQ,使△ABQ 的面积与□ABCD 的面积相等.

B. 求作△ADQ,使△ADQ 的面积与□ABCD 的面积相等.

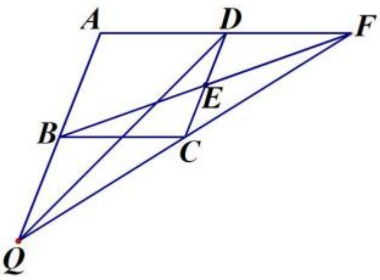
【解析】

解:(1)等边对等角;一组对边平行且相等的四边形是平行四边形

A 题:如图所示ΔABQ即为所求.



B 题:如图所示ΔADQ即为所求.



23.(本题 9 分)综合与实践

问题情境: 数学课上,同学们以等腰三角形为背景探究图形变化中的数学问题.如图 1,将两张等腰直角三角形纸片重叠摆放在桌面,其中∠BAC=∠EDF=90°,AB=AC,DE=DF,点 A,D 在 EF 的同侧,点 B,C 在线段 EF 上,连接 DA 并延长 DA 交

EF 于点 O，已知 DO⊥EF，将ΔDEF 从图 1 中的位置开始，绕点 O 顺时针旋转（ΔABC 保持不动），旋转角为 α .

数学思考：（1）“求索小组”的同学发现图 1 中 BE=CF，请证明这个结论；

操作探究：（2）如图 2，当 0°＜α＜180° 时，“笃行小组”的同学连接线段 AD,BE.

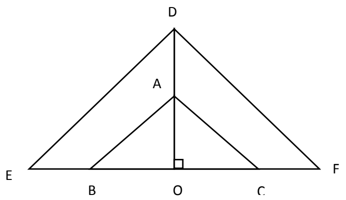
请从下面 A,B 两题中任选一题作答。我选择_______题。

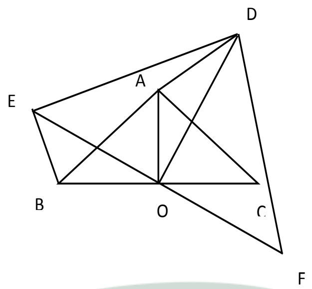
A.①猜想 AD,BE 满足的数量关系，并说明理由；

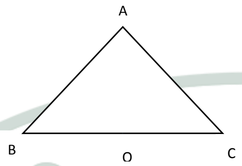
②若 OE=AB=2，请直接写出 α =45° 时，C,E 两点间的距离；

B.①猜想 AD,BE 满足的位置关系，并说明理由；

②若 OE=AB=2，请直接写出点 F 落在 AC 延长线时，C,F 两点间的距离.







【解析】

解：(1)证明：

$\because DE=DF$，$DO\perp EF$，

$\therefore OE=OF$.

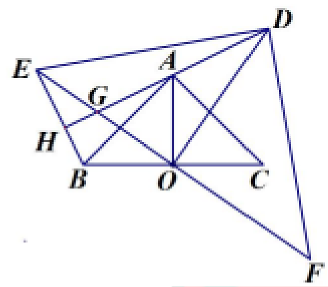
$\because AB=AC$，$AO\perp BC$，

$\therefore OB=OC$.

$\because$ 点B,C在EF上，

$\therefore OE-OB=OF=OC$,

即$BE=CF$.



(2)A: ①$BE=AD$.

证明:$\because DE=DF,\angle EDF=90°$,

$$\therefore \angle DEF=\angle DFE=\frac{180^{\circ}-\angle EDF}{2}=45°.$$

$\because DO\perp EF$，

$$\therefore \angle EDO=\frac{1}{2}\angle EDF=45°.$$

$\therefore \angle DEF=\angle EDO$.

$\therefore OD=OE$.

同理$OA=OB$.

由旋转可得，$\angle BOE=\angle AOD$,

$\therefore \triangle BOE\cong\triangle AOD$.

$\therefore BE=AD$.②$\sqrt{10}$.

B：①$BE\perp AD$.

证明：延长DA交OE于点G，交BE于点H.

$\because DE=DF$，$\angle EDF=90°$，

$\therefore \angle DEF=\angle DFE=\dfrac{180°-\angle EDF}{2}=45°$.

$\because DO\perp EF$，

$\therefore \angle EDO=\dfrac{1}{2}\angle EDF=45°$.

$\because \angle DEF=\angle EDO$,

$\therefore OD=OE$.

同理$OA=OB$.

由旋转可得，$\angle BOE=\angle AOD$,

$\therefore \triangle BOE\cong\triangle AOD$.

$\therefore \angle OEB=\angle ODA$.

$\because DO\perp EF$，

$\therefore \angle ODA+\angle DGO=90°$.

$\because \angle DGO=\angle EGH$，

$\therefore \angle OEB+\angle EGH=90°$，

$\therefore \angle EGH=90°$，即$BE\perp AD$.

②$\sqrt{3}-1$