

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将其字母标号填入下表相应位置）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

1. 抛掷两枚质地均匀的硬币，设 $A =$ “第一枚正面朝上”， $B =$ “第二枚反面朝上”，则事件 A 与事件 B
- A. 相互独立
 - B. 互为对立事件
 - C. 互斥
 - D. 相等

【答案】A

【考点】本题考查概率中的基本事件知识点，涉及互斥事件，对立事件的基础概念

【解析】根据题意，事件 $A =$ “第一枚正面朝上”，事件 $B =$ “第二枚反面朝上”，事件 A 是否发生与事件 B 是否发生无关，所以两事件为相互独立事件

2. 将一个容量为 n 的样本分成 2 组，已知第一组频数为 8，第二组的频率为 0.80，则 n 为
- A. 20
 - B. 40
 - C. 60
 - D. 80

【答案】B

【考点】本题考查统计中的频率频数的基础概念

【解析】由题可知， $\frac{n-8}{n} = 0.80$ ，解得 $n = 40$

3. 某人将一枚质地均匀的硬币连续抛了 10 次，正面朝上的情形出现了 7 次，则下列说法正确的是
- A. 正面朝上的概率为 0.7
 - B. 正面朝上的频率为 0.7
 - C. 正面朝上的概率为 7
 - D. 正面朝上的概率接近于 0.7

【答案】B

【考点】本题考查统计中频率的求法问题

【解析】由题可知，正面朝上的频率为 $\frac{7}{10} = 0.7$

4. 在三棱锥 $P-ABC$ 中， $PO \perp$ 平面 ABC ，垂足为 O ，且 $PA = PB = PC$ ，则点 O 一定是 $\triangle ABC$ 的
- A. 内心
 - B. 外心
 - C. 重心
 - D. 垂心

【答案】B

【考点】本题考查立体几何投影的概念，以及三角形五心的概念

【解析】连接 OA, OB, OC ，因为 $PO \perp$ 平面 ABC ，所以， $PO \perp OA, PO \perp OB, PO \perp OC$ ，那么，

$|OA| = \sqrt{|PA|^2 - |PO|^2}$ ， $|OB| = \sqrt{|PB|^2 - |PO|^2}$ ， $|OC| = \sqrt{|PC|^2 - |PO|^2}$ 所以 $|OA| = |OB| = |OC|$ ，故 O 为 $\triangle ABC$ 的外心

5. 某学校为了调查学生的学习情况，从每班随机抽取 5 名学生进行调查. 若一班有 45 名学生，将每一学

生从 01 道 45 编号，请利用下面的随机数表选取 5 个编号，选取方法是从随机数表的第 2 行的第 7、8 列开始由左向右依次选取两个数字（作为编号），如果选取的两个数字不在总体内，则将它去掉，直到取足样本，则第四个编号为

附随机数表（下表为随机数表的前 3 行）：

03 47 43 73 86 36 96 47 36 61 46 98 63 71 62 33 26 16 80 45 60 11 14 10 95
 97 74 24 67 62 42 81 14 57 20 42 53 32 37 32 27 07 36 07 51 24 51 79 89 73
 16 76 62 27 66 56 50 26 71 07 32 90 79 78 53 13 55 38 58 59 88 67 54 14 10

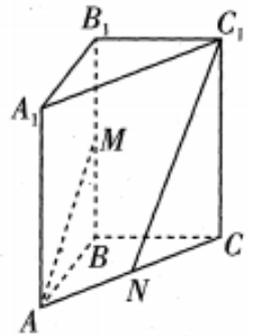
- A. 32
- B. 37
- C. 42
- D. 27

【答案】A

【考点】本题考查统计中随机抽样调查中随机数表的使用法

【解析】所有可能的取值为 67, 62, 42, 81, 14, 57, 20, 42, 53, 32, 37……其中在 01~45 之间，且不重复的为：42, 14, 20, 32……，所以第四个编号为 32.

6. 我国古代数学名著《九章算术》中有“甍堵”一说，“甍堵”意指底面为直角底面的三棱柱，如图所示的“甍堵” $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， M, N 分别为



直线 AM 与 C_1N 的位置关系为

- A. 平行
- B. 相交
- C. 异面
- D. 无法判断

【答案】C

【考点】本题考查立体几何中线线的位置关系

【解析】由异面直线的判断方法可得

7. 已知一组数据为 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 则第 40 百分位数是

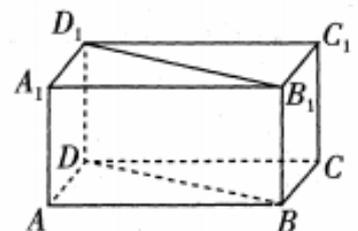
- A. 4
- B. 4.5
- C. 5
- D. 5.5

【答案】D

【考点】本题考查统计问题中，百分位数的求法

【解析】 $10 \times \frac{40}{100} = 4$ ，所以， $\frac{5+6}{2} = 5.5$

8. 如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=2$ ， $BC=1$ ，则直线 AA_1 与平面 BDD_1B_1 的距离为



- A. $\sqrt{5}$
- B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- D. $2\sqrt{5}$

④ 若 $a \parallel \alpha, a \parallel \beta$ 则 $\alpha \parallel \beta$;

⑤ 若 $a \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta$ 则 $a \parallel \beta$.

则其中所有错误的命题是

A. ③④⑤ B. ②④⑤ C. ②③④ D. ②③④⑤

【答案】D

【考点】考察立体几何中线线位置关系和线面位置关系

【解析】② 由 $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$ 可知 $a \parallel b, a, b$ 异面 ; a 与 b 相交.

③ 由 $a \parallel b, b \parallel \alpha$ 可知 $a \parallel \alpha; a \subset \alpha$.

④ 由 $a \parallel \alpha, a \parallel \beta$ 可知 α 与 β 相交 ; $a \parallel \beta$.

⑤ 由 $a \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta$ 可知 $a \parallel \beta; a \subset \beta$.

因此题中 ②③④⑤ 错误

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案写在题中横线上)

13. 某单位有职工 750 人, 其中青年职工 350 人, 中年职工 250 人, 老年职工 150 人, 为了了解该单位职工的健康情况, 用比例分配的分层抽样方法从中抽取一个样本. 若抽取的样本中青年职工为 7 人, 则其样本容量为 _____.

【答案】15

【考点】考察统计中分层抽样问题

【解析】设样本容量为 x , $\frac{7}{x} = \frac{350}{750}, x = 15$.

14. 甲乙两名同学同时做某道压轴选择题, 两人做对此题的概率分别为 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{4}$, 假设两人是否能做对此题相互独立, 则至少有一人能做对该题的概率为 _____.

【答案】 $\frac{11}{12}$

【考点】考察基本事件的概率计算问题

【解析】设事件 A 为甲做对, 事件 B 为乙做对, 则 $P(\text{至少有一人做对}) = P(AB) + P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{11}{12}$

15. 正四面体相邻两个面所成二面角余弦值为 _____.

【答案】 $\frac{1}{3}$

【考点】考查立体几何二面角的计算

【解析】找 BC 中点 O , 连接 $AO, DO, \therefore AO \perp BC, DO \perp BC, \therefore \angle AOD$ 为所求二面角的平面角, 设正四面体

棱长为 2，则 $AO=\sqrt{3}$ ， $DO=\sqrt{3}$ ， $AD=2$ ， $\therefore \cos\angle AOD=\frac{\sqrt{3}^2+\sqrt{3}^2-2^2}{2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$

16. 从 1, 2, 3, 4 四个数字中，随机地选取两个数字，若数字的选取是不放回的，则两个数字的和为偶数的概率为 _____；若数字的选取是有放回的，则两个数字的和为偶数的概率为 _____.

【答案】 $\frac{1}{3}$ ； $\frac{1}{2}$

【考点】 考察古典概型的计算问题，概率的计算问题

【解析】 若不放回，则共有 12 种等可能基本事件，其中两个数字和为偶数共有 (1,3)(2,4)(3,1)(4,2) 四种，则 $P(\text{和为偶数})=\frac{1}{3}$ ；若放回，则共有 16 种等可能基本事件，其中两个数字和为偶数共有 (1,1)(1,3)(2,2)(2,4)(3,1)(3,3)(4,2)(4,4) 八种，则 $P(\text{和为偶数})=\frac{1}{2}$.

三、解答题 (本大题共 5 小题，共 48 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

17. (本小题 8 分)

从甲、乙两人中选拔一人参加射击比赛，对他们的射击水平进行了测试，两人在相同条件下各射击 10 次，命中的环数如下：

甲 7 8 6 8 6 5 9 10 7 4
乙 9 5 7 8 7 6 8 6 7 7

分别计算甲、乙两人射击命中环数的平均数；

经计算可得甲、乙两人射击命中环数的标准差分别为 1.73 和 1.10，从计算结果看，选派谁去参赛更好？请说明理由。

【答案】 (1) $\bar{x}_甲=7$ ， $\bar{x}_乙=7$ (2) 见解析

【考点】 统计问题中，平均数和方差的计算

【解析】 (1) $\bar{x}_甲=\frac{7+8+6+8+6+5+9+10+7+4}{10}=7$ ， $\bar{x}_乙=\frac{9+5+7+8+7+6+8+6+7+7}{10}=7$

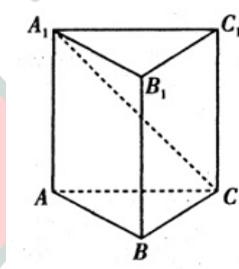
(2) 由 (1) 可知，甲乙两人平均成绩相等，但 $S_乙 < S_甲$ ，这表明乙的成绩比甲的成绩稳定一些，从成绩的稳定性考虑，可以选择乙参赛。

18. (本小题 10 分)

如图，正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长均相等。

(1) 在图中作出过 A_1C 且与侧面 AA_1B_1B 垂直的三棱柱的截面，并说明理由；

(2) 求直线 A_1C 与侧面 AA_1B_1B 所成角的余弦值。



【答案】 (1) 略；(2) $\frac{\sqrt{10}}{4}$

【解析】 (1) 如图，取 AB 的中点 D ，连接 A_1D ， CD ，则可得截面 A_1CD 2 分。

理由如下：

∵ 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 为正三棱柱，

∴ $\triangle ABC$ 为等边三角形，又 D 为 AB 中点，

∴ $CD \perp AB$ ， 3 分

∵ $AA_1 \perp$ 平面 ABC ， $CD \subset$ 平面 ABC ，∴ $AA_1 \perp CD$ ，

∵ $AA_1 \cap AB = A$ ，∴ $CD \perp$ 平面 AA_1B_1B ， 4 分

又 $CD \subset$ 平面 A_1CD ，故平面 $A_1CD \perp$ 平面 AA_1B_1B 5 分

(2) 由 (1) 可知直线 A_1C 与侧面 AA_1B_1B 所成角为 $\angle CA_1D$ ， 7 分

设正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 为所有棱长均为 2，

则在直角三角形 A_1CD 中， $A_1C = 2\sqrt{2}$ ， $A_1D = \sqrt{5}$ ，∴ $\cos \angle CA_1D = \frac{A_1D}{A_1C} = \frac{\sqrt{10}}{4}$ ，

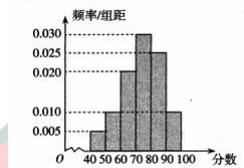
因此直线 A_1C 与侧面 AA_1B_1B 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{4}$ 10 分

19. (本小题 10 分)

从某校高一年级学生中随机抽取 50 名学生，将他们的数学检测成绩 (满分 100 分，成绩均为不低于 40 分的整数) 按 $[40,50), [50,60), \dots, [90,100]$ 分成六组，得到如图所示的频率分布直方图.

(1) 若该校高一年级共有学生 600 名，估计该校高一年级数学检测成绩不低于 80 分的人数；

(2) 估计高一年级数学成绩的 80% 分位数.



[答案] (1) 210; (2) 86

[考点] 考察频率分布直方图中常见的计算问题，涉及百分位数，中位数以及平均数等相关知识点

[解析] : (1) 根据频率分布直方图，成绩不低于 80 分的频率为 $10 \times (0.025 + 0.01) = 0.35$ 2 分

由于该校高一年级共有学生 600 名，利用样本估计总体的思想，可估计该校高一年级数学检测成绩不低于 80 分的人数为 $600 \times 0.35 = 210$ 5 分

(2) 由图可知数学成绩在 80 分以下所占比例为 $1 - 10 \times (0.025 + 0.01) = 0.65$.
 数学成绩在 90 分以下所占比例为 $1 - 10 \times 0.01 = 0.9$ 7 分

因此，80% 分位数一定在 $[80,90)$ 之间，由 $80 + 10 \times \frac{0.8 - 0.65}{0.9 - 0.65} = 86$ ，估计该校高一年级数学成绩的 80% 分位数约为 86 10 分

20. (本小题 10 分) 说明：请同学们在 (A)、(B) 两个小题中任选一题作答.

(A) 投掷一颗质地均匀的骰子 2 次，观察出现的点数，并记第一次出现的点数为 a ，第二次出现的点数为 b .

(1) 写出试验的样本空间；

(2) 求 $2a + b = 10$ 的概率.

(B) 投掷一颗质地均匀的骰子 2 次，观察出现的点数，并记第一次出现的点数为 a ，第二次出现的点数

为 b .

(1) 写出试验的样本空间;

(2) 若向量 $\vec{m}=(a,b)$, $\vec{n}=(2,1)$, 求 $\vec{m} \cdot \vec{n} \geq 10$ 的概率.

【答案】(A) (1) 试验的样本空间为 $\Omega=\{(a,b)|1 \leq a \leq 6, 1 \leq b \leq 6, a, b \in \mathbb{Z}\}$ (2) $\frac{1}{12}$.

(B) (1) 试验的样本空间为 $\Omega=\{(a,b)|1 \leq a \leq 6, 1 \leq b \leq 6, a, b \in \mathbb{Z}\}$ (2) $\frac{7}{12}$.

【考点】古典概型计算问题

【解析】

(A) (1) 试验的样本空间为 $\Omega=\{(a,b)|1 \leq a \leq 6, 1 \leq b \leq 6, a, b \in \mathbb{Z}\}$ 5分

(2) 由(1)可知样本空间中的样本点共36个, 满足 $2a+b=10$ 的样本点有 $(2,6), (3,4), (4,2)$ 共3个, 8分

故所求概率为 $\frac{1}{12}$ 10分

(B) (1) 试验的样本空间为 $\Omega=\{(a,b)|1 \leq a \leq 6, 1 \leq b \leq 6, a, b \in \mathbb{Z}\}$ 5分

(2) 由(1)可知样本空间中的样本点共36个, 满足 $\vec{m} \cdot \vec{n} \geq 10$ 即 $2a+b \geq 10$ 的样本点有 $(2,6), (3,4), (3,5), (3,6), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)$, 共21个, 8分

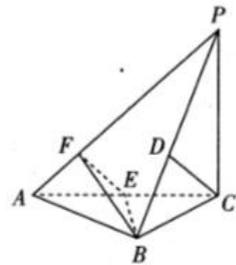
故所求概率为 $\frac{7}{12}$ 10分

21. (本小题10分) 说明: 请同学们在(A)、(B)两个小题中任选一题作答.

(A) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PC \perp$ 平面 ABC ,

(1) 若 $CD \perp PB$, $AB \perp BC$, 求证: $CD \perp PA$;

(2) 若 D, E, F 分别在棱 PB, AC, PA 上, 且 $AE=EC, PD=2DB, PF=3AF$. 求证: $CD \parallel$ 平面 BEF .



【答案】(1) $\because PC \perp$ 平面 $ABC, AB \subset$ 平面 $ABC, \therefore PC \perp AB$,
又 $\because AB \perp BC, PC \cap BC=C, \therefore AB \perp$ 平面 PBC , 2分
 $CD \subset$ 平面 PBC ,

$\therefore AB \perp CD$, 3分

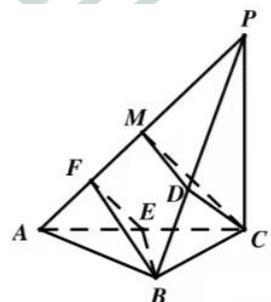
$\because CD \perp PB, AB \cap PB=B, \therefore CD \perp$ 平面 PAB ,

$\because PA \subset$ 平面 $PAB, \therefore CD \perp PA$ 5分

(2) 如图, 作 PA 的中点 M , 连接 CM, DM ,

由 $PF=3AF$ 得 $PM=2FM$, 又 $\because PD=2DB$,

$\therefore DM \parallel BF, DM \not\subset$ 平面 $BEF, BF \subset$ 平面 BEF ,



$\therefore DM // \text{平面} BEF$, 7 分

又 $\because E, F$ 分别为 AC, AM 的中点,

$\therefore EF // CM, CM \not\subset \text{平面} BEF, EF \subset \text{平面} BEF$,

$\therefore CM // \text{平面} BEF$,

.....8 分

$\because CM \cap DM = M, CM \subset \text{平面} CDM, DM \subset \text{平面} CDM$,

$\therefore \text{平面} BEF // \text{平面} CDM$,

$\because CD \subset \text{平面} CDM, \therefore CD // \text{平面} BEF$.

.....10 分

(B) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PC \perp \text{平面} ABC$,

(1) 若 $CD \perp PB, AB \perp BC$, 求证: $CD \perp PA$;

(2) 若 E, F 分别在棱 AC, PA 上, 且 $AE = EC, PF = 3AF$, 问在棱 PB 上是否存在一点 D , 使得 $CD // \text{平面} BEF$,

若存在, 则求出 $\frac{PD}{DB}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.

【答案】(1) $\because PC \perp \text{平面} ABC, AB \subset \text{平面} ABC, \therefore PC \perp AB$,

又

$\because AB \perp BC, PC \cap BC = C, \therefore AB \perp \text{平面} PBC$, 2 分

$CD \subset \text{平面} PBC, \therefore AB \perp CD$,

$\because CD \perp PB, AB \cap PB = B, \therefore CD \perp \text{平面} PAB$, 3 分

$\because PA \subset \text{平面} PAB, \therefore CD \perp PA$ 4 分

(2) 存在, 且

$\frac{PD}{DB} = 2$, 6 分

理由如下:

如图, 作 PA 的中点 M , 连接 CM, DM ,

由 $PF = 3AF$ 得 $PM = 2FM$, 又 $\because PD = 2DB$,

$\therefore DM // BF, DM \not\subset \text{平面} BEF, BF \subset \text{平面} BEF$,

$\therefore DM // \text{平面} BEF$,

..... 7 分

又 $\because E, F$ 分别为 AC, AM 的中点,

$\therefore EF // CM, CM \not\subset \text{平面} BEF, EF \subset \text{平面} BEF$,

$\therefore CM // \text{平面} BEF$,

..... 8 分

$\because CM \cap DM = M, CM \subset \text{平面} CDM, DM \subset \text{平面} CDM$,

$\therefore \text{平面} BEF // \text{平面} CDM$,

$\because CD \subset \text{平面} CDM, \therefore CD // \text{平面} BEF$.

..... 10 分

